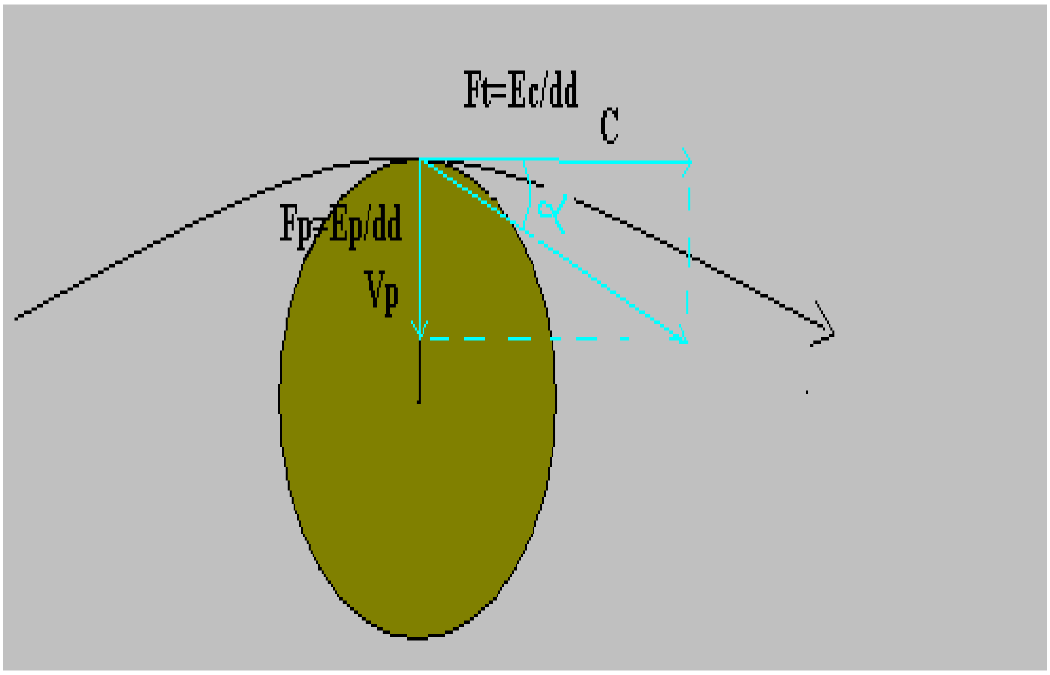
# La pseudo erreur de la théorie gravitationnelle de Newton ?
# A propos du calcul de la déviation de la lumière par le soleil

Marc Mignonat

**Résumé** : Dans la première partie, nous avons refait le calcul de la déviation de la lumière par le soleil selon la théorie de Newton en faisant volontairement abstraction de la relativité générale. Le calcul, fait à partir des vitesses ou du travail des forces est court et permet de retrouver le bon résultat de 1,752 secondes d'arc.
-Nous avons ensuite, en reprenant le texte original de SOLDNER de 1801 Ueber die Ablenkung eines Lichtstrals von seiner geradlinigen Bewegung, durch die Attraktion eines Weltkörpers, an welchem er nahe vorbei geht ( que nous avons mis en annexe avec la traduction), constaté, que contrairement à ce que l'on lit depuis 99 ans, SOLDNER trouve le bon résultat en utilisant la théorie de Newton.
-Il n'y a, toutefois, aucune raison épistémologique à remettre en cause la relativité générale.

## 1) -Calcul de la déviation de la lumière rasant le soleil avec la gravitation universelle de Newton :

Un photon passant près du soleil va être soumis à la force d'attraction ,




La déviation peut être calculée de 2 façons : soit par le rapport des forces soir par le rapport des vitesses en un point tel que tgα= $\mathbf{\Delta v_p}$/ c , avec $\mathbf{\Delta v_p}$=vitesse perpendiculaire à la direction initiale et c = vitesse lumière.
m. $\mathbf{\Delta v}$ =F. $\mathbf{\Delta t}$ (a) ou **F**= mg (1), **g** = (GM/d²) .**u** (2) avec G, la constante de gravitation,M masse du soleil 1,99. $10^{30}$kg et d la distance entre le point où se situe le photon et le soleil **,** avec (1)(2), (a) devient $\mathbf{\Delta v}$ = (GM/d² ).$\mathbf{\Delta t}$ (a')
$\mathbf{\Delta t}$ est le temps du trajet du photon, soit $\mathbf{\Delta t}$ = 2.d/c puisque d est la distance du point situé entre – ∞ et le point tangent au soleil et aussi la distance entre le point tangent au soleil et +∞ . En remplaçant $\mathbf{\Delta t}$ par 2d/c , (a') devient alors $\mathbf{\Delta v}$ = (2.GM/d.c) .**u** (a '')
L'angle entre $\mathbf{\Delta v}$ et $\mathbf{\Delta v_p}$ étant extrêmement faible (ou entre la distance d et le déplacement perpendiculaire dd), on peut utiliser la simplification astronomique où la tangente tg a en radians est égale à 1/d. Nous avons alors $\mathbf{\Delta v_p}$ ≈ (1/d).$\mathbf{\Delta_v}$ et avec (a''), on obtient $\mathbf{\Delta v_p}$≈(2.GM/d².c) .**u**
(de manière plus rigoureuse, quand le photon approche, il faut considérer l'angle a et multiplier par 1/d ; quand le photon s'éloigne, l'angle est alors Π-a et il faut multiplier par -1/d)
tgα= $\mathbf{\Delta v_p}$/ c = 2.GM/d².c² (a''') pour un point situé entre –∞ et le point tangent au soleil;(tgα= $\mathbf{\Delta v_p}$/ c = -2.GM/d².c² pour un point entre le point tangent au soleil et +∞)
L'angle de déviation total A se calcule en intégrant d entre - ∞ et R et entre R et +∞, R étant le rayon du soleil
A≈ tg A≈ ∫(2.GM/d².c²).dd soit entre - ∞ et R : 2.GM/R.c², donc entre - ∞ et +∞, A= 4.GM/R.c². C'est cette valeur de A que l'on

retrouve aussi en faisant le calcul à partir de la relativité générale.

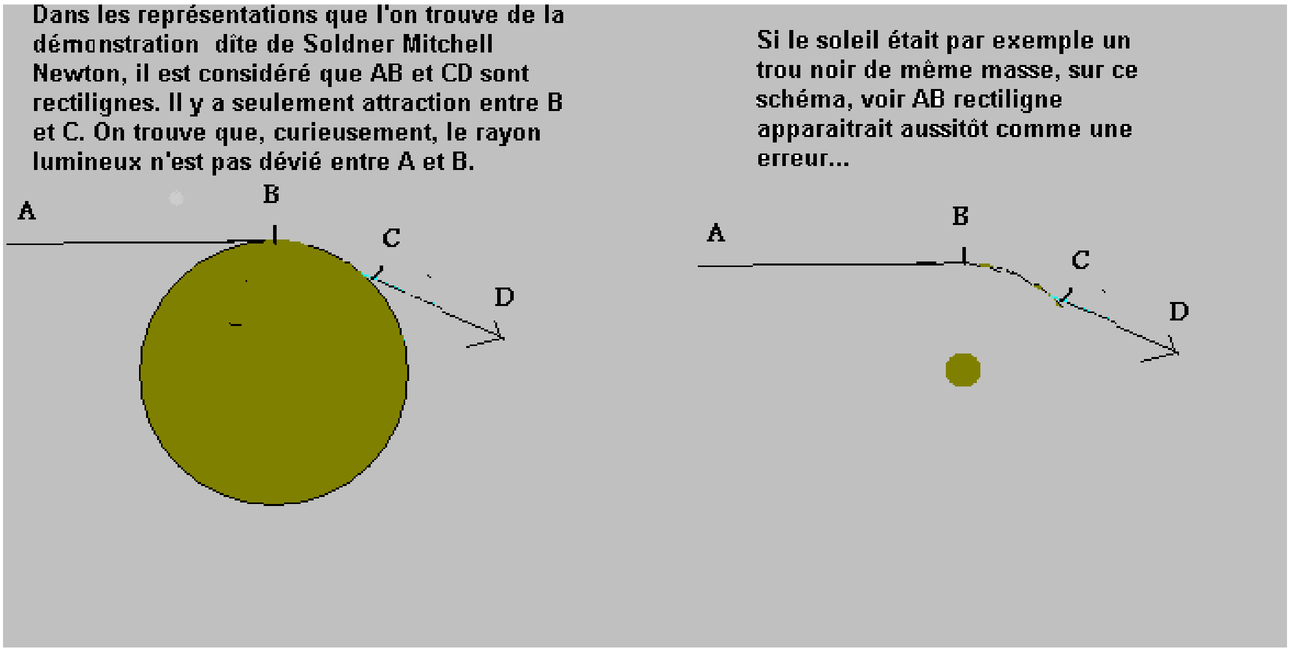
La déviation peut aussi être calculée avec les forces et le travail qu'elles fournissent si on considère le travail $W_p$ de la force perpendiculaire $F_p$ à la direction initiale et le travail $W_t$ de la force tangentielle $F_t$ à la direction initiale tel que $W_p = F_p.dd$ et $W_t = F_t.dd$. La déviation α en un point peut s'écrire tg $\alpha = F_p / F_t = W_p / W_t$. Tout comme la vitesse tangentielle ne peut être égale qu'à c, le travail $W_t$ sera toujours égal à l'énergie cinétique $E_c$. Le travail $W_p$ pourra se calculer à partir de l'énergie « potentielle » E. $E_p$ est la composante perpendiculaire
E = m g d avec m masse du photon, G accélération de la pesanteur, d distance du centre du soleil au photon
$g = G M/ d^2$ G = constante de gravitation, donc E= m GM/d. De la même manière que précédemment, on pourra écrire $E_p = E.(1/d)$ d'où $E_p = mGM/d^2$

$Ec = 1/2 ( m c^2)$ c = vitesse du photon=$3.10^8 m.s^{-1}$
L'angle de déviation α du photon en un point de la trajectoire est: tg $\alpha = W_p / W_t = E_p/E_c = (2 GM/c^2) .(1/d^2)$ (3)
La déviation totale pour l'ensemble de la trajectoire sera donné à partir de l'intégrale de l'équation (3) tout comme précédemment.

Application numérique:

avec $R = 6958.10^5$m
La déviation entre – infini et R est égale à 0.876 " , De même la déviation entre R et + infini est égale à 0.876 "
La déviation totale de - infini à + infini est donc de 1.752 "; résultat en parfaite conformité avec l'observation et tout aussi précis que celui donné par la Relativité générale

**Remarque sur une erreur fréquente :**
Le raisonnement dit de Newton Soldner est parfois présenté dans la littérature ou sur la toile. L'erreur fréquemment faîte est de décomposer la trajectoire en trois parties, la 1ère et la 3ème étant considérées comme rectilignes. Dans la 1ère partie la trajectoire est rectiligne entre l'infini et le point tangent à la surface solaire comme si l'attraction ne s'exerçait pas tant que le photon approche mais seulement quand il s'éloigne ! Rien d'étonnant à ne trouver alors que la juste moitié de la valeur exacte.




**<u>2- Commentaire sur l'article de Soldner qui, ainsi que sa traduction, est à lire en annexe ;</u>**
Le but de l'article de Soldner est de déterminer lorsqu'on observe une étoile la correction à faire pour compenser l'angle de déviation de la lumière du à l'attraction de la Terre. Dans son article,

Soldner calcule, en partant d'un trajet inverse Terre étoile, quel est l'angle de déviation et particulièrement l'angle maximal de la lumière arrivant alors horizontalement sur la Terre afin de corriger "l'aberration" que cela représente quand on observe une étoile. Son schéma(Fig.3) est particulièrement clair : Soldner fait son calcul sur une lumière arrivant sur l'astre et non pas sur un rayon de lumière qui ne ferait que passer et continuerait sa course. L'angle omega qu'il calcule est celui de la lumière finissant sa course « dans l'œil de l'observateur »situé sur Terre.
La lumière arrivant sur Terre subit une déviation maximale de 0",001.
Il précise après que si l'on prenait la lumière passant près de la lune et arrivant sur terre, il faudrait multiplier par 2 pour tenir compte des 2 branches de l'hyperbole...(der an dem Monde vorbey und auf die Erde geht, zwey Arme der Hyperbel beschreibt). Il est aussi à souligner qu'il calcule pour quelles conditions, la trajectoire serait une parabole, une ellipse, un cercle...
Il dit ensuite que si la terre était remplacée par le soleil, la déviation maximale de la lumière arrivant sur l'astre serait de 0"84(La lumière suit une seule branche de l'hyperbole).
Auquel cas si l'on multiplie par 2 la valeur de 0"84,(pour tenir compte des 2 branches de l'hyperbole), Soldner retrouve la bonne valeur de la déviation de la lumière rasant le soleil, soit 1"64...( avec les valeurs des masses, rayons et vitesses connus en 1801)

**3-Au total**, il serait possible de dire que théorie gravitationnelle de Newton et relativité générale ne doivent plus être autant mise en contradiction. La relativité générale est une théorie plus « belle», plus explicative, apportant un plus quant aux courbures, à l'absence de centre,…
L'avance des périhélies, avec l'astronomie antérieure à 1920 n'est explicable que par la relativité.

D'un point de vue philosophique, la relativité générale, puisque issue de principes(Maupertuis, Mach,…) n'est qu'un principe dont on peut vérifier qu'il est toujours vrai, et non une loi en opposition avec la gravitation de Newton. Relativité générale et théorie de Newton ne sont peut être alors que deux facettes ou deux principes d' un même phénomène.

**Bibliographie :**

SOLDNER, J.**:** Ueber die Ablenkung eines Lichtstrals von seiner geradlinigen Bewegung, durch die Attraktion eines Weltkörpers, an welchem er nahe vorbei geht. Berliner Astronomisches Jahrbuch, 1804, pp. 161-172


**Annexe1 :** source :
http://de.wikisource.org/wiki/Ueber_die_Ablenkung_eines_Lichtstrals_von_seiner_geradlinigen_Bewegung

**Ueber die Ablenkung eines Lichtstrals von seiner geradlinigen Bewegung, durch die Attraktion eines Weltkörpers, an welchem er nahe vorbei geht.**

**Von Hrn. *Joh. Soldner.***

Berlin, im März 1801.

Bey dem jetzigen, so sehr vervollkommneten, Zustande der praktischen Astronomie wird es immer nothwendiger, aus der Theorie, das heißt aus den allgemeinen Eigenschaften und Wechselwirkungen der Materie, alle Umstände zu entwickeln, welche auf den wahren oder mittlern Ort eines Weltkörpers Einfluß haben können: um aus einer guten Beobachtung den Nutzen ziehen zu können, dessen sie an sich fähig ist.

Es ist zwar wahr, daß man beträchtliche Abweichungen von einer angenommenen Regel schon durch Beobachtungen und zufällig gewahr wird: wie es z. B. der Fall mit der Aberration des Lichtes war. Es kann aber Abweichungen geben, die so klein sind, daß es schwer ist zu entscheiden, ob es wirkliche Abweichungen, oder Fehler der Beobachtungen sind. Auch kann es Abweichungen geben, die zwar beträchtlich sind; aber mit Größen kombinirt, mit deren Ausmittelung [162] man selbst noch nicht ganz aufs Reine gekommen ist, dem geübtesten Beobachter entgehen.
Von der letzteren Art könnte wohl auch die Ablenkung eines Lichtstrals von der geraden Linie seyn, wenn er einem Weltkörper nahe kommt, und daher dessen Attraktion beträchtlich ausgesetzt ist. Denn da man leicht sieht, daß diese Ablenkung am größten seyn muß, wenn, auf der Oberfläche des anziehenden Körpers gesehen, der Lichtstral in horizontaler Richtung ankommt; und Null wird wenn er senkrecht herabkommt: so wird die Größe der Ablenkung eine Funktion der Höhe seyn. Da aber auch die Stralenbrechung eine Funktion der Höhe ist, so müssen diese beiden Größen mit einander kombinirt seyn: und es wäre daher möglich, daß die Ablenkung in ihrem Maximum mehrere Sekunden betrüge, ohne daß es bisher durch Beobachtungen hätte ausgemittelt werden können.

– Dies sind ungefähr die Betrachtungen, welche mich bewogen haben, über die Perturbation der Lichtstralen, die meines Wissens noch von niemandem untersucht worden ist, weiter nachzudenken. –

Ehe ich zur Untersuchung selbst gehe, will ich noch einige allgemeine Bemerkungen machen, durch welche der Kalkul erleichtert werden wird. – Da ich fürs Erste nur das Maximum einer solchen Ablenkung bestimmen will, so lasse ich den Lichtstral an dem Orte der Beobachtung, auf der Oberfläche des anziehenden Körpers, horizontal gehen, oder ich nehme an, das Gestirn, von welchem er herkommt, sey scheinbar im Aufgehen begriffen. – Der Bequemlichkeit in der Untersuchung wegen nehme ich an: der Lichtstral komme nicht an dem Beobachtungsorte an, sondern gehe von ihm aus. Man sieht leicht, daß dieses bey Bestimmung der Figur der Bahn ganz gleichgültig ist. – Ferner wenn ein Lichtstral an einem Punkte auf der Oberfläche des anziehenden Körpers in horizontaler Richtung ankommt, und dann seinen Lauf, anfänglich wieder horizontal, weiter fortsetzt: so wird man leicht bemerken, daß er bey dieser weitern Fortsetzung die nämliche krumme Linie beschreiben wird, welcher er bis dahin gefolgt ist. Wenn man also durch den Beobachtungsort [163] und den Mittelpunkt des anziehenden Körpers eine gerade Linie legt, so wird diese Linie die Hauptaxe der krummen für die Bahn des Lichtes seyn; indem unter und über dieser geraden zwey ganz kongruente Schenkel der krummen Linie beschrieben werden. –

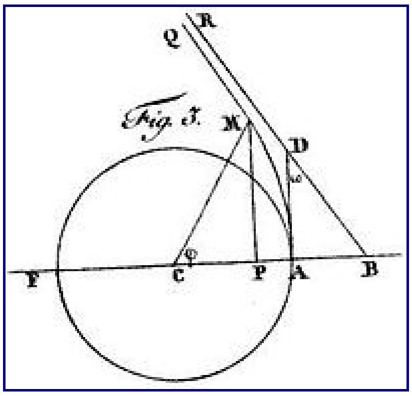


Fig. 3

Es sey nun (Fig. 3) C der Mittelpunkt des anziehenden Körpers, A ein Ort auf der Oberfläche desselben. Von A gehe ein Lichtstral nach der Richtung AD oder horizontal, mit einer Geschwindigkeit, daß er in einer Sekunde den Weg v zurücklegt. Der Lichtstral wird aber, anstatt in der geraden AD fortzugehen, durch die Attraktion des Weltkörpers genöthigt werden, eine krumme Linie AMQ zu beschreiben, deren Natur wir untersuchen werden. Auf dieser krummen Linie befinde sich nach der Zeit t, vom Zeitpunkte des Auslaufens von A an gerechnet, der Lichtstral in M, in einem Abstande CM=r vom Mittelpunkte des anziehenden Körpers. Die Beschleunigung der Schwere auf der Oberfläche des Körpers sey g. Ferner sey CP=x, MP=y und der Winkel MCP=φ. Die Kraft, mit welcher der Lichtstral in M vom Körper nach der Richtung MC angezogen wird, wird seyn $2gr^{-2}$ Diese Kraft läßt sich in zwey andere,

$$(2g/r^2)\cos\phi \text{ und } (2g/r^2)\sin\phi,$$

nach den Richtungen x und y zerlegen; und dafür erhält man folgende zwey Gleichungen (S. *Traité de mécanique céleste par Laplace, Tome I. pag. 21.*)

$$ddx/dt^2=-2g\ r^{-2}\cos\phi \text{ (I)}$$
$$ddy/dt^2=-2g\ r^{-2}\sin\phi \text{ (II)}$$

Multiplicirt man die erste dieser Gleichungen mit - sin φ, die zweite mit cos φ und addirt sie, so bekommt man: $(ddy\ \cos\phi\ -ddx\ \sin\phi)\ /dt^2=\ 0$ (III)

Nun multiplicire man die erste mit cos φ die zweyte mit sin φ und addire sie, so hat man:

[164] $(ddx\ \cos\phi\ +ddy\ \sin\phi)\ /dt^2=\ -2g/r^2$ (IV)
Um in diesen Gleichungen die Zahl der veränderlichen Größen zu verringern, wollen wir x und y durch r und φ ausdrücken. Man sieht leicht, daß

$$x=r\cos\phi \text{ und } y=r\sin\phi.$$

Differenziirt man, so wird man erhalten:

$$dx=\cos\phi\ dr-r\sin\phi\ d\phi, \text{ und } dy=\sin\phi\ dr+r\cos\phi\ d\phi.$$

Und wenn man noch einmal differenziirt,

$$ddx=\cos\phi\ ddr-2\sin\phi\ d\phi\ dr-r\sin\phi\ dd\phi-r\cos\phi\ d\phi^2,$$

und

$$ddy=\sin\phi\ ddr+2\cos\phi\ d\phi\ dr+r\cos\phi\ dd\phi-r\sin\phi\ d\phi^2.$$

Substituirt man diese Werthe für ddx und ddy in den obigen Gleichungen, so erhält man aus (III): $(ddy\cos\phi-ddx\sin\phi)/dt^2=\ (2d\phi dr+r.dd\phi)/dt^2$

Also hat man : $(2d\phi dr+r.dd\phi)/dt^2=0$ (V)

Und ferner aus (IV), $(ddr\ -rd\phi^2)/dt^2=\ -2g/r^2$ (VI)

Um die Gleichung (V) zur wirklichen Differenzialgröße zu machen, multiplicire man sie mit rdt, so wird: $(2rd\phi dr+r^2.dd\phi)/dt = 0$,

und wenn man wiederum integrirt, wird man erhalten:

$$r^2 d\phi = C\, dt,$$

wo C eine willkürliche beständige Größe ist. Um dieses C zu bestimmen, bemerke man, daß $r^2 d\varphi (=r\, rd\varphi)$ gleich ist: der doppelten Fläche des kleinen Dreyeckes, welches der Radiusvektor r in der Zeit dt beschrieben hat. Die doppelte Fläche des während der ersten Zeitsekunde beschriebenen Dreyecks ist aber: $=AC \cdot v$; also hat man $C=AC\, v$. Und wenn man den Halbmesser AC des anziehenden Körpers für die Einheit annimmt, was wir in der Folge immer thun werden, [165] so ist $C=v$. Setzt man diesen Werth für C in die obige Gleichung, so ist:

$$r^2\, d\phi = v\, dt.$$

Also hat man

$$d\phi = v\, dt/r^2. \text{ (VII)}$$

Diesen Werth für $d\varphi$ in der Gleichung (VI) gesetzt, erhält man:

$$(ddr/dt^2) - v^2/r^3 = -2g/r^2$$

Multiplicirt man diese Gleichung mit 2dr, so wird:

$$((2dr.ddr)/dt^2) - 2v^2dr/r^3 = 4gdr/r^2,$$

und wenn man wieder integrirt,

$$dr^2/dt^2 + v^2/r^2 = 4g/r + D,$$

wo D ein beständige Größe ist, die von den in der Gleichung befindlichen, constanten Größen abhängt. Aus dieser eben gefundenen Gleichung läßt sich die Zeit eliminieren, und es ist:

$$dt = dr/(D+4g/r - v^2/r)^{1/2}$$

Setzt man diesen Werth für dt in die Gleichung (VII), so hat man:

$$d\phi = v.dr\ /r^2(D+4g/r - v^2/r^2)^{1/2}$$

Um diese Gleichung zu integriren, bringe man sie auf die Form:

$$d\phi = v.dr\ /r^2[D+4g^2/v^2 - (v/r-2g/v)^2]^{1/2}..$$

Nun setze man

$$v/r - 2g/v = z,$$

so wird $vdr/r^2 = -dz$

[166] Wird dieses und z in die Gleichung für $d\varphi$ gesetzt, so wird man haben:

$$d\phi = -dz \;/\; [D+4g^2/v^2 - z^2]^{1/2}.$$

Hiervon ist nun das Integral: $\phi = Arc.\cos(z/(D + 4g/v^2)^{1/2} + \alpha$ ,

wo α die constante Größe ist. Nach bekannten Eigenschaften ist ferner:

$$\cos(\phi - \alpha) = z/(D + 4g/v^2)^{1/2} ,$$

und wenn man wiederum anstatt z dessen Werth setzt:

$$\cos(\phi - \alpha) = (v^2 - 2gr) \;/\; r(v^2D + 4g^2)^{1/2} .$$

Es wäre nun φ–α der Winkel, welchen r mit der Hauptaxe der zu bestimmenden krummen Linie macht. Da ferner φ der Winkel ist, den r mit der Linie AF, der Axe für die Koordinaten x und y, macht, so muß α der Winkel seyn, welchen die Hauptaxe und die Linie AF formiren. Da aber AF durch den Beobachtungsort und den Mittelpunkt des anziehenden Körpers geht, so muß, nach dem obigen, AF die Hauptaxe selbst seyn; also ist α=0, und daher:

$$\cos \phi = (v^2 - 2gr) \;/\; r(v^2D + 4g^2)^{1/2}.$$

Für φ=0 muß r=AC=1 werden, und man erhält aus dieser Gleichung:

$$(v^2D + 4g^2)^{1/2} = v^2 - 2g .$$

Substituirt man dies in der obigen Gleichung, so wird dadurch das noch unbekannte D, und zugleich auch das Wurzelzeichen, weggeschaft; und man erhält:

$$\cos\phi = (v^2 - 2gr)/r(v^2 - 2g);$$

und ferner hieraus

[167] $$r + [(v^2 - 2g)/2g]\, r \cos\phi = v^2/2g \quad \text{(VIII)}$$

Aus dieser endlichen Gleichung zwischen r und φ läßt sich die krumme Linie bestimmen. Um aber dieses bequemer zu bewerkstelligen, wollen wir die Gleichung wieder auf Koordinaten zurückführen. Es sey (Fig. 3) AP=x und MP=y, so hat man:

$$x = 1 - r \cos\phi \qquad\qquad y = r \sin\phi$$

$$\text{und } r = [(1 - x)^2 + y^2]^{1/2}.$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung (VIII), so findet man:

$$y^2 = [v^2(v^2 - 4g)/4g^2](1 - x)^2 - [v^2(v^2 - 2g)/2g^2](1 - x) + v^2/4g^2,$$

und wenn man alles gehörig entwickelt,

$$y^2 = v^2x/g + [v^2(v^2 - 4g)/4g^2]\; x^2/4g^2 \quad \text{(IX)}$$

Da diese Gleichung vom zweyten Grade ist, *so ist die krumme Linie ein Kegelschnitt*, der nun näher untersucht werden kann.

Wenn p der Parameter und a die halbe Hauptaxe, so ist, wenn man die Abscisse vom Vertex an rechnet, die allgemeine Gleichung für alle Kegelschnitte:

$$y^2 = px + px^2/2a .$$

Diese Gleichung enthält die Eigenschaften der Parabel, wenn der Koefficient von $x^2$ Null; der Ellipse, wenn er negativ und der Hyperbel, wenn er positiv ist. Das letztere ist in unserer Gleichung (IX) offenbar der Fall. Denn da für alle uns bekannte Weltkörper 4g kleiner ist, als $v^2$, so muß der Koefficient von $x^2$ positiv seyn.

> Wenn also ein Lichtstral an einem Weltkörper vorbeigeht, so wird er durch die Attraktion desselben genötigt, anstatt in der geraden Richtung fortzugehen, eine Hyperbel zu beschreiben, deren konkave Seite gegen den anziehenden Körper gerichtet ist.

Die Bedingungen, unter welchen der Lichtstral einen andern Kegelschnitt beschreiben würde, sind nun auch leicht zu [168] bestimmen. Er würde eine Parabel beschreiben, wenn $4g=v^2$, eine Ellipse, wenn 4g größer als $v^2$ und einen Zirkel, wenn $2g=v^2$ wäre. Da wir aber keinen Weltkörper kennen, dessen Masse so groß ist, daß sie eine solche Beschleunigung der Schwere auf seiner Oberfläche hervorbringen kann, so beschreibt ein Lichtstral, in der uns bekannten Welt, allezeit eine Hyperbel. Nun ist nur noch zu untersuchen übrig, wieviel hierdurch der Lichtstral von der geraden Linie abgelenkt wird; oder wie groß der Perturbationswinkel, wie ich ihn nennen will, ist.

Da jetzt die Figur der Bahn bestimmt ist, so kann man den Lichtstral wieder als ankommend betrachten. Und weil ich fürs Erste blos das Maximum des Perturbationswinkels bestimmen will, so nehme ich an, der Lichtstral komme von einer unendlich großen Entfernung her. – Das Maximum muß in diesem Falle statt finden; weil der anziehende Körper länger auf den Lichtstral wirkt, wenn dieser von einer größeren, als wenn er von einer kleinern Entfernung herkommt. – Kommt nun der Lichtstral unendlich weit her, so war seine anfängliche Richtung die der Asymptote BR (Fig 3.) der Hyperbel; weil in einer unendlich großen Entfernung die Asymptote mit der Tangente zusammen fällt. Der Lichtstral kommt aber in der Richtung DA ins Auge des Beobachters; also wird ADB der Perturbationswinkel seyn. Nennt man diesen Winkel $\omega$, so hat man, da das Dreyeck ABD bey A rechtwinklig ist:

$$\text{tang}\ \omega = AB/AD.$$

Aus der Natur der Hyperbel ist aber bekannt, daß AB die halbe Hauptaxe, und AD die halbe Queraxe ist. Es müssen also diese Größen noch bestimmt werden. Wenn a die halbe Hauptaxe, und b die halbe Queraxe, so ist der Parameter

$$p = 2b^2/a .$$

Substituirt man diesen Werth in der allgemeinen Gleichung der Hyperbel

[169]

$$y^2 = px + px^2/2a,$$

so verwandelt sie sich in:

$$y^2 = 2b^2x/a + b^2x^2/a^2 .$$

Vergleicht man nun diese Koefficienten von x und $x^2$ mit denen in (IX), so erhält man die halbe Hauptaxe

$$a = 2g/(v^2 - 4g) = AB\ ,$$

und die halbe Queraxe

$$b = v/(v^2 - 4g)^{1/2} = AD\ .$$

Setzt man diese Werthe für AB und AD in den Ausdruck für tang ω, so hat man:

$$tang\, \omega = 2g/v(v^2 - 4g).$$

Wir wollen nun von dieser Formel eine Anwendung auf die Erde machen, und untersuchen, wieviel ein Lichtstral von der geraden Linie abgelenkt wird, wenn er an der Oberfläche der Erde vorbeygeht.

Unter der Voraussetzung, daß das Licht 564″,6 Decimalsekunden Zeit brauche, um von der Sonne zur Erde zu kommen, findet man, daß es in einer Decimalsekunde 15,562085 Erdhalbmesser durchlauft. Also ist v=15,562085. Nimmt man unter der geographischen Breite deren Quadrat des Sinus 1/3 (Entspricht einer Breite von 35° 16′), den Erdhalbmesser 6369514 *Mètres*, und die Beschleunigung der Schwere daselbst 3,66394 *Mètres* (S. *Traité de mécanique céleste par Laplace, Tome I, pag. 118*): so ist, in Erdhalbmessern ausgedruckt, g=0,000000575231. – Ich bediene mich dieser Eintheilung, um die neuesten und zuverlässigsten Bestimmungen der Größe des Erdhalbmessers und der Beschleunigung der Schwere, ohne besondere Reduktion, aus dem *Traité de mécanique céleste* nehmen zu können. Es wird dadurch am Endresultate nichts geändert, denn es kommt hier blos auf das Verhältniß der Geschwindigkeit des Lichts zur Geschwindigkeit eines fallenden Körpers auf der Erde an. Der Erdhalbmesser und die Beschleunigung der Schwere muß deswegen unter dem genannten [170] Grade der Breite genommen werden, weil der Erdsphäroid, an körperlichem Inhalte, einer Kugel gleich ist, welche den Erdhalbmesser daselbst, oder 6369514 *Mètres*, zum Radius hat. –
Wenn man diese Werthe für v und g in die Gleichung für tang ω setzt, so erhält man, in Sexagesimalsekunden, ω=0″,0009798, oder in runder Zahl, ω=0″,001. Da dies Maximum ganz unbeträchtlich ist, so würde es überflüssig seyn, weiter zu gehen; oder zu bestimmen, wie dieser Werth mit den Höhen über den Horizont abnimmt; und um wieviel er kleiner wird, wenn die Distanz des Gestirnes, von welchem der Lichtstral kommt, endlich und einer gewissen Größe gleich angenommen wird. Eine Bestimmung, die keine Schwürigkeit haben würde.

Will man vermittelst der gegebenen Formel untersuchen, wieviel ein Lichtstral vom Monde abgelenkt wird, wenn er an demselben vorbey und auf die Erde geht, so muß man, nachdem die gehörigen Größen substituirt und der Halbmesser des Mondes für die Einheit angenommen worden, den aus der Formel gefundenen Werth doppelt nehmen; weil ein Lichtstral, der an dem Monde vorbey und auf die Erde geht, zwey Arme der Hyperbel beschreibt. Aber demungeachtet muß das Maximum doch noch viel kleiner ausfallen, als bey der Erde; weil die Masse des Mondes, und daher g, viel kleiner ist. – Die Inflexion muß also blos von der Kohäsion, Zerstreuung des Lichts und der Atmosphäre des Mondes herrühren; die allgemeine Attraktion trägt nichts merkliches dazu bey. –

Wenn man in der Formel für tang ω die Beschleunigung der Schwere auf der Oberfläche der Sonne substituirt, und den Halbmesser dieses Körpers für die Einheit annimmt, so findet man ω=0″,84. Wenn man Fixsterne sehr nahe an der Sonne beobachten könnte, so würde man wohl darauf Rücksicht nehmen müssen. Da dies aber bekanntlich nicht geschieht, so ist auch die Perturbation durch die Sonne zu vernachlässigen. Für Lichtstralen, die von der Venus kommen, welches Gestirn *Vidal* nur zwey Minuten vom Sonnenrande beobachtet, (S. *Hr. O. L. v. Zachs monatliche Correspondenz etc. II. Band pag 87.*) beträgt sie viel weniger; weil man die Entfernungen [171] der

Venus und der Erde von der Sonne nicht unendlich groß annehmen darf.
Durch Kombination mehrerer Körper, die ein Lichtstral auf seinem Wege antreffen könnte, würden die Resultate etwas größer werden; aber für unsere Beobachtungen doch gewiß immer unbemerkbar.

> Also ist es ausgemacht: daß man, wenigstens bey dem jetzigen Zustande der praktischen Astronomie, nicht nöthig hat, auf die Perturbation der Lichtstralen, durch anziehende Weltkörper, Rücksicht zu nehmen.

Nun muß ich noch einem Paar Einwürfen zuvorkommen, die man mir vielleicht machen könnte.

Man wird bemerken, daß ich von der sonst gebräuchlichen Methode abgegangen bin, daß ich schon vor dem Kalkul einige allgemeine Eigenschaften der krummen Linie bestimmt habe; welches doch gewöhnlich erst durch diesen geschieht, und auch hier hätte geschehen können. Der Kalkul wurde aber dadurch sehr abgekürzt; und warum soll man da kalkuliren, wo das zu Beweisende durch ein wenig Nachdenken viel evidenter dargethan werden kann?

Hoffentlich wird es niemand bedenklich finden, daß ich einen Lichtstral geradezu als schweren Körper behandle. Denn daß die Lichtstralen alle absoluten Eigenschaften der Materie besitzen, sieht man an dem Phänomen der Aberration, welches nur dadurch möglich ist, daß die Lichtstralen wirklich materiel sind. – Und überdies, man kann sich kein Ding denken, das existiren und auf unsere Sinne wirken soll, ohne die Eigenschaft der Materie zu haben. –

*nihil est, quod possis dicere ab omni*
*Corpore seiunctum, secretumque esse ab inani:*
*Quod quasi tertia sit rerum natura reperta.*
*Lucretius de nat. rer. I, 431.*

Uebrigens glaube ich nicht nöthig zu haben, mich zu entschuldigen, daß ich gegenwärtige Abhandlung bekannt mache; da doch das Resultat dahin geht, daß alle Perturbationen unmerklich sind. Denn es muß uns fast eben so viel daran gelegen seyn, zu wissen, was nach der Theorie vorhanden ist, [172] aber auf die Praxis keinen merklichen Einfluß hat; als uns dasjenige interessirt, was in Rücksicht auf Praxis wirklichen Einfluß hat. Unsere Einsichten werden durch beyde gleichviel erweitert. So beweist man z. B. auch, daß die tägliche Aberration, die Störung der Rotation der Erde, und andere dergleichen Dinge mehr, – unmerklich sind.

**Sur le détournement du rayonnement lumineux de son mouvement rectiligne, par l'attraction du corps terrestre près duquel il passe.**
**Par Monsieur Joh. Soldner.**

Berlin,mars1801

Avec les perfectionnements actuels de l'astronomie pratique, la théorie devient toujours plus nécessaire, plus précisément, pour déterminer les principes généraux et toutes les circonstances où les interactions de la matière peuvent avoir de l'influence sur l'emplacement vrai ou moyen d'un astre ; ceci afin de pouvoir être capable de tirer le meilleur profit d'une bonne observation.

Il est vrai, certes, que l'on peut remarquer des différences considérables par rapport à une loi déjà établie par des observations et que l'on peut penser que cette différence puisse venir du hasard:

comme c'était par exemple le cas avec l'aberration de la lumière. Cependant il peut y avoir des différences qui sont si petites que c'est difficile de décider si les différences sont réelles, ou si ceux sont des erreurs d'observations. Ainsi il peut y avoir des différences qui sont considérables, surtout avec des quantités cumulées dont la détermination n'est pas achevée; le résultat, alors, peut échapper à l'observateur entraîné [162]. De cette nature pourrait être considéré la déviation d'un rayon lumineux de la ligne droite quand il s'approche d'un corps céleste, où il subit alors considérablement son attraction. On voit facilement que cette déviation doit être la plus importante, si, vu depuis la surface du corps exerçant l'attraction, le rayon lumineux arrive dans la direction horizontale; et la déviation devient égale à zéro si il arrive verticalement : ainsi l'importance de la déviation devient une fonction de la hauteur . Puisque cependant la réfraction du rayonnement est aussi une fonction de la hauteur, ces deux dimensions doivent ensemble être combinée: et, ainsi, il serait possible que la déviation entraîne une erreur de plusieurs secondes dans son maximum sans que cela ait pu être mesuré par les observations jusqu'à maintenant.

–Ce sont approximativement les considérations à partir desquelles j'ai réfléchi plus avant sur la perturbation du trajet de la lumière. Perturbation, qui selon mes connaissances n'a encore été examinée par personne.—

Avant de développer le raisonnement, je veux encore faire certaines remarques générales par lesquelles le calcul sera simplifié. - Puisque je veux déterminer seulement le maximum d'une telle déviation, je fais arriver le rayon lumineux à l'endroit de l'observation, en passant horizontalement à la surface du corps exerçant l'attraction ; je suppose, qu'il est compris que le rayon part en apparence de l'astre auquel il arrive - Je suppose, afin de faire un raisonnement plus aisé que: le rayon lumineux n'arrive pas à l'endroit d'observation, mais en part. On voit facilement sur la figure, que de cette supposition du sens du trajet est sans conséquence[sur le résultat].-Si un rayon lumineux à un point à la surface du corps attirant arrive initialement dans la direction horizontale, puis continue son cours, plus loin il continuera de nouveau horizontalement; ainsi on remarquera facilement qu'il décrit la même ligne courbe (que le trajet soit suivi dans un sens ou ds l'autre) du trajet qu'il a suivi jusque là. Si on trace une droite passant par l'endroit d'observation [163] et le centre du corps attirant, cette droite devient l'axe principal de la courbe suivie par le trajet lumineux; au dessous et au dessus de cet axe les deux branches congruentes de la ligne courbe sont décrites.-

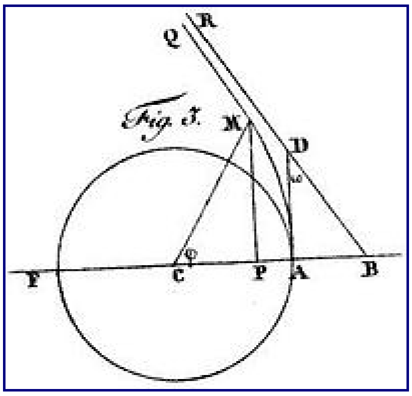



Fig3

Soit maintenant (Fig. 3) C le centre du corps attirant, A un endroit à la surface du même corps. De A, un rayon lumineux part selon la direction horizontale AD, à une vitesse v correspondant au chemin parcouru dans une seconde. Cependant le rayon lumineux, au lieu de suivre la droite AD, à cause de l'attraction du corps céleste se met à décrire une ligne courbe AMQ dont nous examinerons la nature. Sur cette ligne courbe, après le temps t calculé à partir de l'instant de départ de A, le rayon lumineux se trouve au point M, à une distance CM=r du centre du corps attirant. Soit g l'accélération du poids à la surface du corps. Par ailleurs soit CP=x, MP=y et l'angle MCP=φ. La force avec laquelle le rayon lumineux en M, est attiré par le corps selon la direction MC devient $2gr^{-2}$. Cette force peut être décomposée en deux autres forces, ….

$$(2g/r^2)\cos\phi \text{ et } (2g/r^2)\sin\phi,$$

dans les directions x et y; et pour cela, nous obtenons les deux équations suivantes (S. *Traité de mécanique céleste par Laplace, Tome I. pag. 21.*)

$$ddx/dt^2=-2g\ r^{-2}\cos\phi \text{ (I)}$$
$$ddy/dt^2=-2g\ r^{-2}\sin\phi \text{ (II)}$$

Si nous multiplions la première de ces équations par - sin φ, la seconde par cos φ et que nous les additionnons, alors cela devient:

$$(ddy\ \cos\phi\ -ddx\ \sin\phi)\ /dt^2=\ 0 \quad \text{(III)}$$

Maintenant, on multiplie le premier terme par cos φ le second par sin φ ,on les additionne, alors on a :

[164] $(ddx\ \cos\phi\ +ddy\ \sin\phi)\ /dt^2=\ -2g/r^2$ (IV)

Pour réduire dans ces équations le nombre de variables, nous voulons exprimer x et y à partir de r et de φ. Nous voyons aisément que

$$x=r\cos\phi \text{ et d } y=r\sin\phi.$$

On différencie, alors on obtient:

$$dx=\cos\phi\ dr-r\sin\phi\ d\phi, \text{ et } dy=\sin\phi\ dr+r\cos\phi\ d\phi.$$

Et si on différencie de nouveau,

$$ddx=\cos\phi\ ddr-2\sin\phi\ d\phi\ dr-r\sin\phi\ dd\phi-r\cos\phi\ d\phi^2,$$

et

$$ddy=\sin\phi\ ddr+2\cos\phi\ d\phi\ dr+r\cos\phi\ dd\phi-r\sin\phi\ d\phi^2.$$

On substitue ces valeurs pour ddx et ddy dans les équations précédentes, ainsi nous obtenons (III): $(ddy\cos\phi-ddx\sin\phi)/dt^2=\ (2d\phi dr+r.dd\phi)/dt^2$

Donc nous avons : $(2d\phi dr+r.dd\phi)/dt^2=0$ (V)

Et aussi (IV), $(ddr\ -rd\phi^2)/dt^2=\ -2g/r^2$ (VI)

pour faire de l'équation (V) une quantité différentielle vraie, nous la multiplions par rdt, donc : $(2rd\phi dr+r^2.dd\phi)/dt\ =0$

et si nous intégrons de nouveau, nous obtiendrons:

$$r^2 d\phi = C\, dt,$$

où C est une constante de grandeur arbitraire, pour spécifier C, on remarque que $r^2 d\varphi$(=r rdφ) on note qu'il est égal au double de l'aire du petit triangle que décrit le vecteur r dans le temps dt. Le double de l'aire du triangle qui est décrit dans la première seconde de temps est: =AC·v; ainsi on a C=AC v. Et si nous prenons pour unité le rayon AC du corps attirant, alors nous arrivons ensuite[165] à C=v. Si on substitue cette valeur pour C dans l'équation précédente, alors :

$$r^2\, d\phi = v\, dt.$$

Alors on a

$$d\phi = v\, dt/r^2. \text{ (VII)}$$

Si cette valeur pour *dφ* est substituée dans l'équation (VI), on obtient:

$$(ddr/dt^2) - v^2/r^3 = -2g/r^2 .$$

On multiplie cette équation par 2dr, alors:

$$((2dr.ddr)/dt^2) - 2v^2dr/r^3 = 4gdr/r^2 ,$$

et si on intègre de nouveau,

$$dr^2/dt^2 + v^2/r^2 = 4g/r + D,$$

où D est une grandeur constante qui dépend des grandeurs constantes contenues dans l'équation. A partir de l'équation qui est maintenant trouvé, le temps peut être éliminé, et cela donne :

$$dt = dr/(D+4g/r - v^2/r)^{1/2}$$

Si on substitue cette valeur pour dt dans l'équation (VII), alors on a:

$$d\phi = \mathrm{v}.dr / r^2(D+4g/r - v^2/r^2)^{1/2}.$$

Pour intégrer cette équation, il est nécessaire de la mettre sous la forme:

$$d\phi = \mathrm{v}.dr / r^2[D+4g^2/v^2 - (v/r-2g/v)^2]^{1/2}.$$

Maintenant on met

$$v/r - 2g/v = z,$$

alors on a $vdr/r^2 = -dz$

[166] Quand on substitue ceci et z dans l'équation, pour dφ nous avons alors:
$$d\phi = -dz / [D+4g^2/v^2 - z^2]^{1/2}.$$
A partir de cela, l'intégrale est maintenant:

$$\phi = Arc.cos(z/(D + 4g/v^2)^{1/2} + \alpha ,$$

où $\alpha$ est une grandeur constante. Par des propriétés bien connues, il vient:

$$\cos(\phi - \alpha) = z/(D + 4g/v^2)^{1/2} ,$$

et quand on substitue aussi la valeur de z:

$$\cos(\phi - \alpha) = (v^2 - 2gr) / r(v^2 D + 4g^2)^{1/2} .$$

Ce serait maintenant l'angle $\varphi - \alpha$, correspondant à l'angle à déterminer que fait r avec l'axe principal de la ligne courbe . Puisque plus loin $\varphi$ est l'angle, que r forme avec la ligne AF, l'axe correspondant aux coordonnées x et y, ainsi c'est $\alpha$ qui est l'angle, lequel est formé par l'axe principal et la ligne AF. Puisque cependant AF passe par le point d'observation et par le centre du corps attirant, ainsi de ce qui précède, AF doit être lui-même l'axe principal; alors $\alpha=0$, et donc:

$$\cos \phi = (v^2 - 2gr) / r(v^2 D + 4g^2)^{1/2}.$$

Pour $\varphi=0$ il doit y avoir r=AC=1 et nous obtenons à partir de cette équation:

$(v^2 D + 4g^2)^{1/2} = v^2 - 2g.$

On substitue ceci dans la précédente équation, ainsi disparaît le D encore inconnu, en même temps aussi que la racine carrée, et on déduit:

$$\cos\phi = (v^2 - 2gr)/r(v^2 - 2g);$$

et donc

[167] $r + [(v^2 - 2g)/ 2g]\, r \cos\phi = v^2/2g$ (VIII)
A partir de cette équation finale entre r et $\varphi$ la ligne courbe se laisse spécifier. Mais pour achever ceci plus convenablement, nous voulons de nouveau réduire l'équation aux coordonnées.

Soit (Fig. 3) AP=x et MP=y, ainsi on a:

$$x = 1 - r \cos\phi \qquad y = r \sin\phi$$

$$\text{et} \qquad r = [(1 - x)^2 + y^2]^{1/2}.$$

On substitue ces valeurs dans l'équation (VIII), alors on trouve:

$$y^2 = [v^2(v^2 - 4g)/4g^2](1 - x)^2 - [v^2(v^2 - 2g)/2g^2](1 - x) + v^2/4g^2,$$

et quand on développe tout convenablement,

$$y^2 = v^2 x/g + [v^2(v^2 - 4g)/4g^2]\ x^2/4g^2 \text{ (IX)}$$

Puisque cette équation est du second degré, alors *la ligne courbe est une section conique* qui peut être maintenant analysée plus précisément.

Si p est ainsi le paramètre et a le demi-axe principal, quand on calcule l'Abscisse du Vertex, l'équation générale pour toutes les coniques est alors :

$$y^2 = px + px^2/2a.$$

Cette équation contient les propriétés de la parabole, si le coefficient de $x^2$ est zéro; de l'ellipse, si il est négatif et de l'hyperbole, si il est positif. Le dernier cas est évidemment celui de notre équation (IX). Car puisque pour tous les corps célestes connus de nous $4g$ est plus petit que $v^2$, alors le coefficient de $x^2$ est positif.

Si un rayon lumineux passe devant un corps céleste, il est obligé à cause de l'attraction de celui-ci au lieu de partir dans la direction droite, de décrire une hyperbole dont le côté concave est dirigée vers le corps attirant.

Les conditions sous lesquelles le rayon lumineux décrirait une autre conique sont tout de même peu probables [168]. Il décrirait une parabole, si $4g=v^2$, une ellipse si $4g$ est plus grand que $v^2$ et un cercle, si $2g=v^2$. Puisque nous ne connaissons cependant aucun corps céleste dont la masse est si grande qu'elle puisse produire une telle accélération du poids à sa surface, en permanence, dans le monde que nous connaissons, un rayon lumineux décrit une hyperbole.
Il y a Maintenant à examiner de combien de cette façon le rayon lumineux est dévié de la ligne droite; ou de quelle taille est l'angle de perturbation (perturbationswinkel), comme j'ai décidé de l'appeler. Puisque la figure de la trajectoire est maintenant spécifiée, nous pouvons considérer de nouveau le rayon lumineux comme arrivant. Et parce que, je veux d'abord calculer seulement le maximum de l'angle de perturbation, je pose que le rayon lumineux vient d'une infinie grande distance – Le maximum doit être considéré dans ce cas parce que le corps attirant agit plus longuement sur le rayon lumineux quand il vient d'une plus grande distance que d'une plus petite- Si le rayon lumineux vient d'une distance infinie, alors sa direction initiale est celle de l'asymptote BR (Fig.3) de l'hyperbole, parce que à une infinie grande distance l'asymptote se confond avec la tangente. Le rayon lumineux arrive dans l'œil de l'observateur selon la direction DA, ainsi ADB sera l'angle de perturbation. Si nous appelons cet angle $\omega$, alors nous avons, puisque le triangle ABD est rectangle en A:

$$\tan \omega = AB/AD.$$

Cependant de par la nature de l'hyperbole, il est connu que AB est le demi grand axe, et AD l'axe semi-latéral. Ces grandeurs doivent encore être déterminées. Si a est le demi grand axe, et b l'axe semi-latéral, alors le paramètre est:

$$p = 2b^2/a.$$

On substitue cette valeur dans l'équation générale de l'hyperbole[169]

$$y^2 = px + px^2/2a,$$

alors il se transforme en:

$$y^2 = 2b^2x/a + b^2x^2/a^2.$$

on compare ces coefficients de $x$ et $x^2$ avec ceux en (IX), ainsi on obtient le demi grand axe

$$a = 2g/(v^2 - 4g) = AB,$$

et l'axe semi-latéral

$$b = v/(v^2 - 4g)^{1/2} = AD .$$

on substitue ces valeurs pour AB et AD dans l'expression de tang ω, alors on a:

$tang\ \omega = 2g/v(v^2 - 4g)$.

Nous voulons maintenant appliquer cette formule à la Terre, et calculer de quelle importance un rayon lumineux est dévié de la ligne droite quand il passe devant la surface de la Terre.

A la condition que la lumière mette 564,6 secondes de temps pour venir du soleil à la Terre, nous trouvons qu'il parcourt 15,562085 rayons terrestres en une seconde. Donc v = 15,562085. Si l'on prend pour la latitude géographique le carré de sinus1/3 ( qui correspond à la latitude de 35° 16'), le rayon de la Terre 6369514 *mètres* et l'accélération de la gravité de 3,66394 *mètres* (s. *Traité de mécanique céleste par Laplace, Tome I, pag. 118*)(–Ainsi exprimé en rayon terrestre, g=0,000000575231. - Je me sers de cet arrangement pour pouvoir prendre les définitions les plus récentes et les plus sûres de la grandeur du rayon terrestre et de l'accélération du poids sans la réduction particulière issue du *Traité de mécanique céleste*. De ce fait, rien ne sera changé au résultat final, car cela porte uniquement sur le rapport entre la vitesse de la lumière et la vitesse d'un corps tombant sur la terre. Le rayon terrestre et l'accélération du poids doit être pris ainsi sous [170] le degré de latitude mentionné, puisque le sphéroïde terrestre dans le contenu physique,est comparable à une bille dont le rayon terrestre est égal à 6369514 Mètres. Si on substitue ces valeurs pour v et g dans l'équation de tang ω , alors, on obtient,en secondes d'arc ω=0 ", 0009798, ou en valeur arrondie ω =0 ", 001.;. Puisque ce maximum est tout à fait insignifiant, cela devient superflu de continuer plus avant; ou de déterminer comment cette valeur diminue avec la hauteur sur l'horizon; et de quelle valeur elle décroit, si la distance de l'astre duquel le rayon lumineux vient, est acceptée comme finie et égale à une certaine valeur. C'est un calcul qui n'aurait aucun intérêt.

Si on veut examiner avec l'aide de la formule donnée de combien un rayon lumineux est dévié par la lune, s'il va vers la terre en passant devant la lune, après avoir pris les variables convenables provenant de la lune ( l'attraction générale y contribue de manière peu sensible .-on remplace le rayon de la lune comme rayon unitaire ), la valeur trouvée doit être doublée parce qu'un rayon lumineux qui va sur la terre en passant devant la lune, décrit les deux bras de l'hyperbole. Mais, pourtant, malgré cela, le maximum peut encore être négligé car beaucoup plus petit que celui de la terre; parce que la masse de la lune, et, ainsi g est beaucoup plus petit. - l'Inflexion est seulement due à la cohésion, à la dispersion atmosphérique de la lumière arrivant en A

Si on substitut dans la formule pour tg ω l'accélération du poids à la surface du soleil, et le rayon de ce corps dans l'unité choisie, on trouve ω=0″,84. Si on pouvait observer des étoiles fixes très près du soleil[précision du traducteur:comprendre « en étant très près du soleil »], on devrait peut-être prendre cela en considération. Puisque cela ne se passe pas ainsi comme on le sait, la perturbation due au soleil est aussi à négliger. Pour les rayons lumineux qui viennent de Vénus (lesquels ont été observés par Vidal seulement deux minutes au bord de soleil,S. *Hr. O. L. v. Zachs monatliche Correspondenz etc. II. Band pag 87.)* elle fait beaucoup moins; parce qu'on ne peut pas considérer comme infiniment grande les distances [171] de Vénus et de la terre au soleil. Par la combinaison de plusieurs corps qu'un rayon lumineux pourrait trouver sur son chemin, les résultats deviendraient quelque peu plus grands; mais pour nos observations, certainement toujours imperceptibles.

Donc c'est démontré: en l'état actuel de l'astronomie pratique, il n'est pas nécessaire de prendre en compte la perturbation des rayons lumineux par l'attraction des corps célestes.

Maintenant, je dois encore anticiper deux objections qu'on pourrait peut-être me faire. -L'une remarquera que je suis parti de la méthode usuelle parce que j'ai spécifié plusieurs propriétés générales de la ligne courbe avant de faire le calcul; ce qui se passe, pourtant, habituellement seulement après, ceci aurait pu aussi être fait ainsi. Cependant le calcul était beaucoup plus court ainsi; et pourquoi ferait-on ce calcul quand ce que l'on a à prouver, peut être démontré de manière plus évidente par une courte réflexion ?
–Peut-être, que quelqu'un trouvera cela problématique que je traite un rayon lumineux tout simplement comme un corps pesant. Le fait que les rayons lumineux possèdent toutes les qualités absolues de la matière peut être vu dans le phénomène de l'aberration lequel est possible seulement par ce que les rayons lumineux sont, vraiment, matériels. - Et, en outre, on ne peut s'imaginer aucune chose qui existe et agisse sur nos sens sans avoir la caractéristique de la matière -

*nihil est, quod possis dicere ab omni*
*Corpore seiunctum, secretumque esse ab inani:*
*Quod quasi tertia sit rerum natura reperta.*
*Lucretius de nat. rer. I, 431.*

D'ailleurs je ne crois pas qu'il me soit nécessaire de justifier pourquoi j'ai publié cette recherche ;puisque le résultat est que toutes les Perturbations sont imperceptibles. Car il est tout aussi important pour nous de savoir ce qui existe en accord avec la théorie, [172] cependant cela n'a aucune influence sensible sur la pratique; et ce qui nous intéresse est ce qui a de l'influence réelle quand on considère la pratique. Nos vues sont toutefois élargies par ces considérations. Ainsi on prouve, de même que l'aberration quotidienne, par exemple la perturbation de la rotation de la terre, et d'autres choses du même ordre qui sont pourtant imperceptibles.