Détermination d'orbites privilégiées autour d'un astre
à partir du constat de la quantification des vitesses orbitales

Marc Mignonat

Résumé : Autour du soleil, les planètes se déplacent sur des orbites particulières. Plusieurs Lois empiriques ont déjà été écrites (dont celle deTitius Bode). Ici, est présentée une autre Loi empirique plus mathématique qui a peut-être l'intérêt d'être prédictive si on l'applique à d'autres systèmes.

Ainsi, il est possible de vérifier que les vitesses des planètes sont quantifiées (nv = cte) ; nous pouvons alors écrire une équation fournissant une longueur en fonction de la distance à l'astre central et fonction de la masse de cet astre central. L'existence de cette équation où une longueur est contenue un nombre entier de fois renforce l'idée que les planètes sont sur des orbites particulières. Cette équation peut alors être appliquée à d'autres systèmes et permet de définir des orbites « privilégiées ». Il est à noter que cette équation donne des résultats en bonne corrélation et parfois identiques(orbites du système solaire)avec le travail théorique de L.Nottale.[2,3]

Nous pouvons retrouver une suite numérique au niveau du système solaire : il peut être fixé, empiriquement, un nombre n à chaque orbite planétaire afin que le produit n.v soit constant ; v est la vitesse de la planète considérée. En fixant à Mercure la valeur n=3, à Vénus la valeur n=4, etc., le produit nv est le plus constant, nv = 145 $\pm$ 5 ou 145 $\pm$ 3,5 % avec v in km/s.

	V km/s	n'	n'V	**n**	**nV**	n"	n"V
Mercure	48	2	96	**3**	**144**	4	192
Venus	35	3	105	**4**	**140**	5	175
Terre	30	4	120	**5**	**150**	6	180
Mars	24	5	120	**6**	**144**	7	168
Jupiter	13	10	130	11	144	12	156
Saturne	9,6	14	134	15	144	16	154
Uranus	6,8	20	136	21	143	22	150
Neptune	5,4	26	140	27	146	28	151

A partir de cette cte nv=145, on peut déterminer les rayons des orbites de rang n = 1 et 2. (v_1=nv/n=145/1 et $d_1=KM/v_1^2=6{,}35\ 10^9$m ; v_2=72,5km/s et $d_2=0{,}25\ 10^{11}$m) (Pour Nottale 0,042UA et 0,170UA soit $d_1=6{,}30\ 10^9$m et $d_2=0{,}255\ 10^{11}$m[2,3])

Maintenant que n a été fixé, on détermine une longueur L égale au périmètre divisé par n, L = 2πd/n.

	n	dist.au soleil(x10^{11}m)	périmèt.orb(x10^{11}m)	L=2πd/n (x10^{11}m)	Ln/n(x10^{11}m)
-	1	0,064	0,40	0,40	0,40
-	2	0,25	1,57	0,78	0,39
Mercure	3	0,58	3,64	1,21	0,40
Vénus	4	1,08	6,78	1,69	0,42
Terre	5	1,50	9,42	1,88	0,38
Mars	6	2,28	14,32	2,39	0,40

On constate que $L_2 = 2L_1$; $L_3 = 3L_1$ et plus généralement $L_n = nL_1$, $L_1 = 2\pi r_1$, $2.L_2 = 2\pi r_2$,

$n.L_n = 2\pi r_n$(1), n€N.

Ou encore, $r_n=r_1.n^2$ (2), ainsi: $n.L_n=2\pi r_1.n^2$ ou $L_n=2\pi r_1.n$ (3).

Ce constat mathématique nous permet de dire que les planètes sont situées sur des orbites particulières ; sur ces orbites, cette longueur L est contenue un nombre entier n de fois dans le périmètre.

De la même manière, peut être calculé le produit nv pour les satellites de Jupiter et de Saturne, respectivement 52.105 $\pm$ 5.48% et 97.695 $\pm$ 4.56% avec v en km/s.

		V km/s	n'	n'V	n	nV	n"	n"V
Sat. Jup.	V	26,43	1	26,43	**2**	**52,86**	3	79,29
	I	17,33	2	34,66	**3**	**51,99**	4	69,32
	II	13,74	3	41,22	**4**	**54,96**	5	68,7
	III	10,88	4	43,52	**5**	**54,4**	6	65,28
	IV	8,20	5	41,05	**6**	**49,25**	7	57,47

		V km/s	n'	n'V	n	nV	n"	n"V
Sat.deS	X	15,54	5	77,7	**6**	**93,24**	7	108,8
I		.14,335	6	86	**7**	**100,35**	8	114,69
II		.12,64	7	88,5	**8**	**101,12**	9	113,76
	III	11,35	8	90,8	**9**	**102,15**	10	113,55
	IV	10,035	9	90,32	**10**	**100,35**	11	110,39
V		8,49	10	84,9	**11**	**93,39**	12	101,88

On recalcule L = périmètre de l'orbite divisé par n (n vient juste d'être fixé). Ainsi, nous pouvons calculer l en fonction de la distance d. Nous constatons et vérifions que $L_2=2L_1$; $L_3 = 3L_1$ et plus généralement $L_n= nL_1$.

Nous avons maintenant les éléments pour écrire empiriquement l'équation fixant L en fonction de la distance orbitale d et de la masse M de l'astre central :

a) on remarque que $L^2/d = k_1$ ou $L/d^{1/2} = k_1$ (k_1= constante). La longueur L est proportionnelle à la racine carrée de la distance d

b) pour étudier le rapport entre L et M masse de l'astre central, on va calculer la longueur Lx pour une même distance d du Soleil, de Jupiter et de Saturne. On prend pour cette distance de référence $d= d_{1\odot}$= 6,31 10^9m et $L_{1\odot}$= 39,66.10^9m. Pour Jupiter puisque $L/d^{1/2}$ = cte, posons $L_{1j}/d_{1j}^{1/2} = Lx/d_{1\odot}^{1/2}$, d'où Lx= 3,41.$10^9$m (d_{1j}=0,0467.10^9m et L_{1j}=0,2935.10^9m). Pour Saturne Lx= 9,95.10^8m (d_{1s}=3977.10^3m et L_{1s}=24988.10^3m)

	M (kg)	Lx à distance d (m)	LogM	LogLx	LogM/LogLx= k
Sol.	1,99.10^{30}	39,66.10^9	69,77	24,40	2,86
Jup.	19.10^{26}	3,41.10^9	62,81	21,95	2,86
Sat.	5,69.10^{26}	9,95.10^8	61,61	20,72	2,97

On remarque que LogM/LogLx est sensiblement constant (k = constante) donc, Lx=exp(LogM/k) ; ce qui donne en tenant compte des 3 résultats une moyenne pour k de 2,90 et donne alors $Lx=M^{0,345}$, mais on peut aussi choisir d'écarter les résultats issus de saturne car les variations autour de 98 sont bien plus importantes, la valeur de k est alors de 2,86 ce qui donne $Lx= M^{0,3497}$ ou plus simplement $Lx = M^{0,35}$ compte tenu d'une précision voisine de 5%

c) Rapport entre L, d et M : puisque $L/d^{1/2} = k_1$, $Lx = M^{0,35}$ et $L/d^{1/2}$= lx/d_1 on peut écrire :
L= ($d^{1/2} \cdot M^{0,35}$.)/K. On connait L, d et M ; on en déduit donc en prenant L=39,66.10^9m, d_1= 6,31 10^9m et M=1,99 10^{30}kg la constante K égale à 7,89.10^4 si on prend $M^{0,3497}$ ou 8.10^4 si on prend $M^{0,35}$.

L'équation donnant la longueur L fonction de d et M est donc:

$L = d^{0.5}\ M^{0,3497} / 7,89x10^4$ (4)

Ou: $L = d^{1/2}.\ M^{0,35} / 8.10^4$ (5)

Application à l'astronomie:

* - Avec ces équations, nous pouvons, avec une bonne approximation, retrouver le rang des orbites des satellites des planètes. Par exemple, pour Uranus:

avec $M_u = 8,6965x10^{25}$ kg alors $L = d^{0.5} \times 1,48\ x10^4$

pour Miranda,	$d = 130.10^6$m,	$Ln = d^{0.5} \times 1,48\ x10^4$	$= 1,68.10^8$	soit $n = 2\pi d/L$	$= 4,8 \cong 5$
pour Ariel,	$d = 192.10^6$m,	Ln	$= 2,04.10^8$	soit n =	$5,9 \cong 6$
pour Umbriel	$d = 267.10^6$m,	Ln	$= 2,42.10^8$	soit n =	$6,9 \cong 7$
pour Titania	$d = 438.10^6$m,	Ln	$= 3,09.10^8$	soit n =	$8,9 \cong 9$
pour Oberon	$d = 586.10^6$m,	Ln	$= 3,57.10^8$	soit n =	$10,3 \cong 10$

n est le rang de l'orbite. On note $Ln = L_1.\ n$, donc $L_1 = 0,34\ 10^8$ m

Cette équation renforce l'hypothèse que les satellites d'Uranus ne sont pas sur des orbites prises au hasard.

Les équations (1) et (4) permettent de déterminer la formule précisant les orbites privilégiées autour d'un corps central quelconque de masse M : $L_1 = 2\pi r_1$ et (4) => $2\pi r_1 = r_1^{1/2}.\ M^{0,3997}/7,94.10^4$.
Comme $r_n = r_1.n^2$ (2) alors $r_n = n^2.\ M^{0,6993}/4pi^2(7,94.10^4)^2$ ou :

$$\mathbf{r_n = n^2\ M^{0,6993} / 2,49.10^{11}}\ (6)$$

avec Rn=distance privilégiée, n =entier et M masse du corps central

L'application de cette équation (6) sur Uranus donne comme rayons R_u privilégiés : $R_u = n^2.5,48.10^6$

n	1	5	6	7	8	9	10
$R_u.10^6$	5,48	137	197	269	351	444	548
dist.obs.10^6		130	192	267		438	586

Hypothèse pour Neptune : Le calcul pour Neptune ne permet pas de distinguer des orbites privilégiées. Mais nous savons que Triton est le seul satellite ayant une masse notable et que, rétrograde, il s'agit probablement d'un corps capturé issu de la ceinture de Kuiper. [1]. L'absence d'orbites privilégiées pourrait être un argument permettant de supposer que cette capture est antérieure à la fin de la phase d'accrétion constitutive des satellites du système solaire. Nous faisons ainsi l'hypothèse que des satellites ne seront retrouvées sur ces orbites privilégiées que si ces satellites sont consécutifs à la phase d'accrétion et ont eu le temps de se former.

Autres hypothèses et conclusion : il est logique de se demander à quoi correspond cette longueur L fonction de la masse et de la distance.
Cela pourrait être une coïncidence due au fait que les planètes sont sur des orbites particulières pour une raison à déterminer (par exemple une résonance que nous ne savons pas déterminée due à l'attraction de plusieurs corps ?)
Une autre hypothèse serait de considérer que cette longueur L, vu sa grandeur de plusieurs milliers de km, est en relation avec quelque chose de plus fondamental concernant la gravitation ? Il nous semble important de souligner que ces orbites privilégiées avec une constante égale à 145 sont aussi retrouvées par Laurent Nottale et sa relativité fractale qui part du quantique pour ensuite écrire une « équation de Schrödinger généralisée » et décrit ce qu'il appelle « une longueur de Schwarzschild » qui pourrait être en relation avec notre longueur L. [2,3]

Nous pourrions y voir une « preuve » de la théorie de Nottale, mais se pose le problème que l'on fait des déductions vérifiables avec des masses variables(système solaire, jupiter, uranus,...) sans saut d'échelles. Notons que $r_n=r_1.n^2$ (2), ou: $n.L_n=2\pi r_1.n^2$ ou $L_n=2\pi r_1.n$ (3) sont des formules qui correspondent à la 3ème hypothèse de Bohr. Dans l'équation que nous avons déterminée, rien ne nous empêche de l'appliquer à une orbite électronique autour d'un proton. Ceci pourrait alors expliquer certaines valeurs de l'électron et pourrait permettre d'affiner sa représentation puisque nous introduisons une nouvelle variable…

Mais nous ne pouvons pas non plus totalement exclure que ces résultats ne soient que le fruit du hasard ?

Références :

1- Craig B. Agnor et Douglas P. Hamilton, « Neptune's capture of its moon Triton in a binary–planet gravitational encounter », *Nature*, vol. 441, 11 mai 2006, p. 192-194 cité dans l'art.Triton sur Wikipédia

2- L. NottaleG. Schumacher, and J. Gay, Scale relativity and quantization of the solar system.Astron. Astrophys. 322, 1018-1025 (1997)

3- Nottale L., 2012, Premières Rencontres d'Avignon (2007-2009) autour de la Relativité d'Echelle}, Actes Avignon, sous la direction de L. Nottale et Ph. Martin, p. 40-57. "Structuration des systèmes planétaires solaire et extrasolaires en relativité d'échelle"