

## Cosmologie

### Modèle représentable d'un espace 3D fini et illimité

Marc Mignonat

Société d'Astronomie des Pyrénées Occidentales, Pau, France

Email: mmignonat@libertysurf.fr

**Résumé** : un modèle d'un espace 3D illimité et fini est présenté avec le parti pris philosophique qu'un espace physique doit être représentable et ne peut être une abstraction mathématique virtuelle. Cet espace 3D représentable a 3 rayons de courbure et est multiconnexé comme le prévoit le théorème de Perelman-Poincaré. Ce modèle respecte les principes de base de la physique (Occam, Maupertuis, Mach,...) et ne remet pas en cause une grande partie du contenu des autres modèles. Un autre éclairage est donné puisque : 1-ce modèle évite le problème des 2 infinis, 2-il donne une explication complémentaire à l'expansion et à la valeur de la densité toujours proche de la densité critique ; l'homogénéité du cosmos est plus facile à expliquer. 3-l'attraction est toujours attractive et il donne une explication à la mesure de l'accélération de l'expansion repérée vers 6-7 milliards d'années et au grand attracteur. 4-il prévoit l'existence de nombreuses images « fantômes », comme l'illusion de galaxies plus vieilles que le big bang et d'autant plus évoluées qu'elles sont anciennes, ou par exemple une plus forte quantité de galaxies à une distance d'environ 2100Mpc, ce qui peut être vérifié à partir des relevés NASA/IPAC de 348 galaxies de redshift  $v > 1/8c$ . D'autres déductions sont vérifiables, ce qui devrait permettre d'infirmer ou de confirmer ce modèle. En annexe, il est fait un développement mathématique volontairement simple pour rester dans une réalité représentable et situer un point quelconque dans cet espace. Ce développement peut permettre de faire des liens avec les espaces de Minkowski.

**Mots clés** : cosmologie : théorie

## 1-Introduction

Mon but est de décrire avec des coordonnées curvilignes un espace 3D fini et donc représentable. Rappelons que par essence, un espace infini est non représentable et que, d'un point de vue philosophique, une entité non représentable nous ferait sortir du domaine de la physique. Penrose [1] pose comme conditions pour qu'une théorie soit valable d'éliminer les deux infinis : infini du point d'origine et infini extérieur.

L'idée philosophique opposée que la réalité physique n'est pas représentable a été remarquablement développée au niveau atomique par Bohr [2]. En opposition avec Kant qui sépare le sujet objecteur de l'objet observé, il considère que l'objet est lié au sujet. L'aspect ondulatoire ou corpusculaire sera fonction de la façon d'observer du sujet. Il est dans la continuité de Lamé et de Maxwell. Lamé a développé les coordonnées curvilignes de l'espace euclidien à 3 dimensions [3] (il pose l'équation de Laplace comme étant égale à zéro,  $\Delta V = 0$ , et décrit ainsi des familles de courbes et des surfaces). Mais nous sommes toujours à l'intérieur d'un espace Cartésien infini.

Pour Maxwell et ses successeurs, le photon, décrit avec 2 div et 2 rot avec des infinis, devient une abstraction et n'est donc plus représentable.

Cette idée que la physique est mathématique est un principe posé, parmi d'autres, par Lamé, Maxwell, Bohr et rappelé récemment par Tegmark [4] (pour lui, une équation crée la réalité). Ce postulat va à l'encontre de la méthode scientifique de Descartes et à l'encontre des empiristes anglais pour qui tout part de l'observation.

Avant Gauss [5] a commencé à définir des coordonnées à la surface d'une sphère. Les coordonnées généralisées de Gauss décrivent un espace infini ; elles permettent de passer à un espace de dimension supérieure à 2, mais, nous rentrons alors dans un espace qui devient abstrait, purement mathématique, infini et donc non représentable. La généralisation à 3 dimensions de la formule de Gauss  $\cos s = \cos x \cdot \cos y$  applicable à la surface d'une sphère, en considérant que s et z sont à la surface d'une autre sphère virtuelle, donnerait une formule de type  $\cos s' = \cos x \cdot \cos y \cdot \cos z$ . Cette formule permettrait des développements mathématiques mais ne me convient pas pour la raison philosophique qu'il ne s'agit pas de créer un monde virtuel mathématique non représentable, mais de rester dans la physique, c'est à dire dans un monde concret représentable.

C'est la position philosophique où la physique représente une réalité et où les mathématiques sont au service de la physique et non l'inverse. Einstein et de Broglie sont de ce courant. Sommerfeld en

1923[6], considère que « la théorie ondulatoire classique n'a pas été remplacée par une théorie meilleure et meilleure pour la spectroscopie ».

Pour Poincaré, les mathématiques sont inductives et non déductives (elles permettent une généralisation mais restent non prédictives) [7]

Cette primauté des mathématiques imprègne la pensée d'un grand nombre de physiciens actuels et pour beaucoup, de manière inconsciente. Beaucoup de cosmologistes appliquent à l'étude du cosmos, une philosophie qui peut être pertinente mais qui est discutable comme toute philosophie.

Celle-ci a été établie par N. Bohr, non pas au niveau macroscopique mais au niveau particulaire.

( il est à noter que c'est un problème que rencontrent les mathématiques de la relativité générale(RG) quand par exemple, on généralise des variétés riemanniennes ou les coefficients de Christoffel de la dimension 2 à une dimension supérieure). Or, comme le rappelle Poincaré, « toute généralisation est un saut dans l'inconnu. »[7]

## 2-Aspects mathématique, astronomique et physique

### 2-1. Aspect mathématique

#### 2-1-1 aspect mathématique général de ce type d'espace :

Posons un espace orthonormé dans  $R^3$  défini par 3 coordonnées curvilignes de base  $i, j, k$ . Chaque coordonnées curvilignes  $i, j, k$ , présente un rayon de courbure. Notre but étant de présenter un modèle astronomique simple et non de faire un long développement mathématique, on fixe un même rayon de courbure aux 3 coordonnées curvilignes  $i, j, k$ . (Cette condition permet de dessiner des espaces de type sphérique et évite simplement des espaces sphéroïdes en « ballons de rugby » plus ou moins écrasés). Nous sommes, ainsi dans un espace non euclidien de type riemannien ( et donc, non pas dans un espace de Lobatchevsky.. où le rayon de courbure est variable.), ce qui nous permet de respecter le théorème de Lie Poincaré[7]. (Ce théorème impose que dans un espace physique et non pas mathématique, il est nécessaire que l'espace soit à « courbure constante » car une figure « flexible et inextensible en déplacement serait, sinon déformée et donc incapable de se déplacer ». « seul le mouvement d'une figure invariable est possible ». Cet argument de Lie Poincaré élimine les espaces hyperboliques à courbure négative puisque dans ce cas, la figure se déforme quand elle se déplace...)

La fixation de ce rayon amène donc à définir une 4ème dimension de longueur. ( avec 3 rayons de courbure différents, on fixerait une 5ème et une 6ème dimension de longueur) .

Comme les coordonnées curvilignes  $i, j, k$  ne sont pas prises comme des vecteurs rectilignes mais comme des coordonnées ayant un rayon de courbure  $r$ , un point suivant une coordonnée va décrire un cercle et revenir à son point de départ, ce qui a pour conséquence que cet espace défini sur  $R^3$  devient fini. [fig.1 ]. (Avoir les 3 coordonnées curvilignes est une condition sine qua non pour que l'espace soit fini).

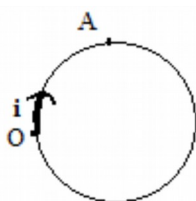
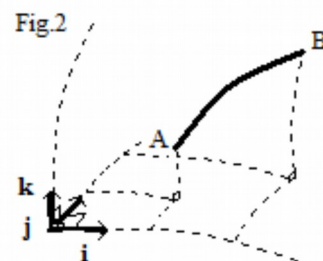


Fig:1

Pour un cercle donné, un point A sur le cercle est défini par une seule coordonnée  $d$  de forme  $d=ai$   
On évite pour une dimension 1 d'utiliser un repère avec 2 coordonnées cartésiennes de la forme  $x^2 + y^2 = a$

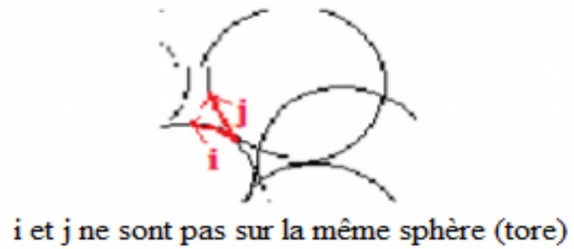
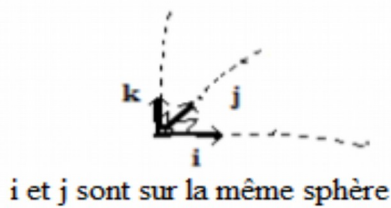


Notons qu'un même point peut être localisé par plusieurs groupes de coordonnées curvilignes. (le développement mathématique est en annexe)

Les 2 coordonnées  $i, j$  vont permettre de définir une surface 2D, la 3ème coordonnée courbe  $k$  définira l'espace 3D. Avec 3 coordonnées orthonormées  $i, j, k$  avec une même courbure, 2 cas de figure (sphère ou tore) vont se présenter selon que les rayons de courbure de  $i$  et  $j$  sont sur une

même sphère ou non.[Fig.2] Mais, dans tous les cas, il existe une zone centrale n'appartenant pas à l'espace 3D. L'espace 3D ainsi défini, est toujours multiconnexe conformément au théorème de Perelman-Poincaré qui impose qu'un espace 3D est obligatoirement multiconnexe.

Fig.2

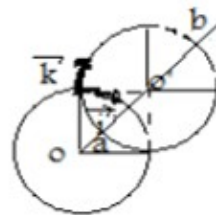
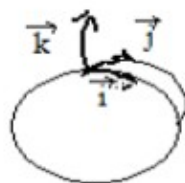


2-1-2 Aspect en sphère : Il s'agit d'une sphère de rayon  $2,414 \cdot r$  [Fig.3] avec un « trou » central inaccessible et n'appartenant donc pas à l'espace défini par les coordonnées. Ce « trou » a un rayon de  $0,414 \cdot r$ .

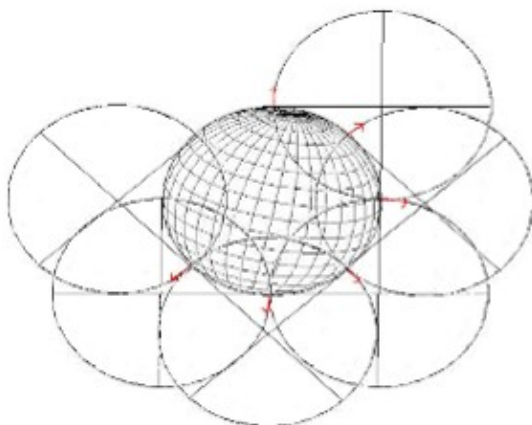
La coordonnée curviligne  $k$  part toujours perpendiculairement à la surface définie par les coordonnées curvilignes  $i$  et  $j$ , ce qui amène à une « hypersphère » multiconnexe avec pour limite externe une sphère de rayon  $r(2^{1/2} + 1)$  et pour limite interne une sphère de rayon  $r(2^{1/2} - 1)$ . Le volume de cet espace est égal au volume de la sphère de rayon  $ob$  diminué du volume de la sphère de rayon  $oa$ , soit, calculé à partir du rayon  $r$ ,  $Vol. = (56/3) \cdot \pi \cdot r^3$

La surface de cet espace est égal à la surface de la sphère de rayon  $ob$  augmentée de la surface de la sphère de rayon  $oa$ , soit, calculée à partir du rayon  $r$ ,  $Surf. = 24 \cdot \pi \cdot r^2$ .

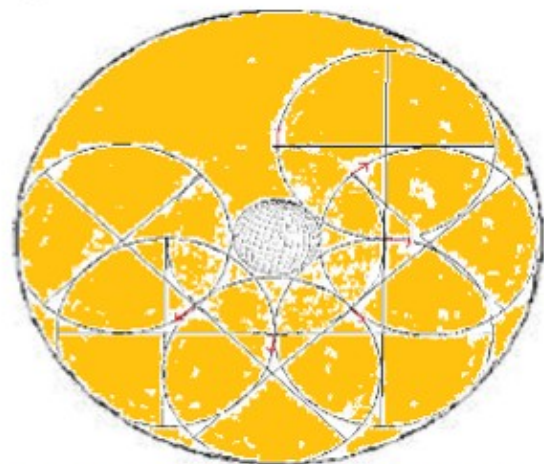
Fig. 3



$$\begin{aligned} \circ o' &= r \cdot \sqrt{2} \\ \circ a &= r \cdot 0,414 \\ \circ b &= r \cdot (\sqrt{2} + 1) \end{aligned}$$



Les deux coordonnées  $i, j$  définissent une première sphère.  
La coordonnée  $k$ , à partir de cette sphère, crée l'hypersphère.



L'hypersphère a pour volume extérieur une sphère de rayon  $r(\sqrt{2} + 1)$ . Il existe au centre une sphère de rayon  $r(\sqrt{2} - 1)$  non accessible car n'appartenant pas à l'espace.

2-1-3 Aspect en tore: c'est un tore multiconnexe de grand rayon  $4,414 \cdot r$  et petit rayon  $2,414r$  [Fig.4]

Les coordonnées  $i$  et  $j$  ont leurs courbures inversées, ce qui crée le tore classique 2D.

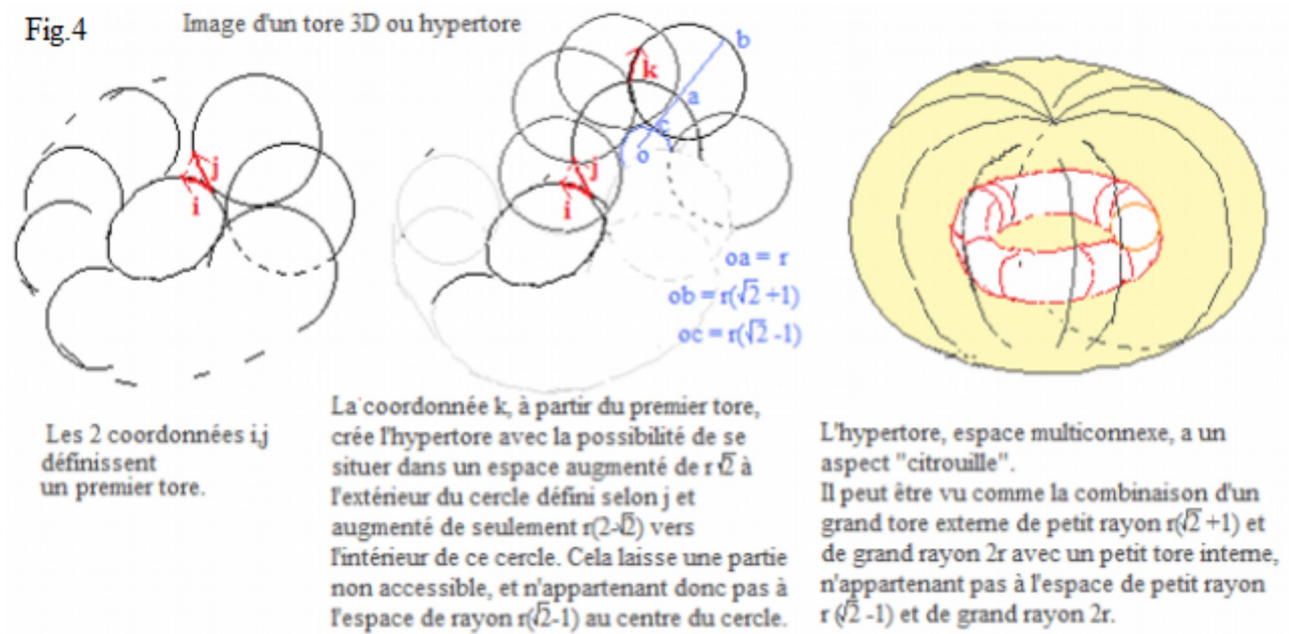
La coordonnée  $k$  part perpendiculairement à la surface de ce tore et induit ainsi l'hypertore 3D

multiconnexe. Le petit rayon  $R_p$  de cet hypertore sera ainsi de  $R_p = r(1+2^{1/2})$  avec  $r$ =rayon de cet espace. Le grand rayon  $R$  du tore 2D étant égal à  $2r$ , le tore a l'aspect « sans trou » ou « citrouille ». A l'intérieur de l'hypertore se trouve un tore n'appartenant pas à l'espace de rayon  $r(2^{1/2}-1)$  et de grand rayon  $R=2r$ .

Le volume  $V$  du tore 3D défini à partir du rayon de courbure  $r$  est égal à  $V = 16.21/2. \pi r^3$   
 $(V_t=2\pi r^2 R ; \text{Vol.tore 3D} = \text{Vol.tore petit rayon } r(1+2^{1/2}) - \text{vol.tore petit rayon } r(2^{1/2}-1) \text{ avec } R=2r)$

La surface est  $S = 16.2^{1/2}. \pi r^2$

$(S_t=4\pi r R ; \text{Surf.tore 3D} = \text{Surf.tore petit rayon } r(1+2^{1/2}) + \text{surf.tore petit rayon } r(2^{1/2}-1))$

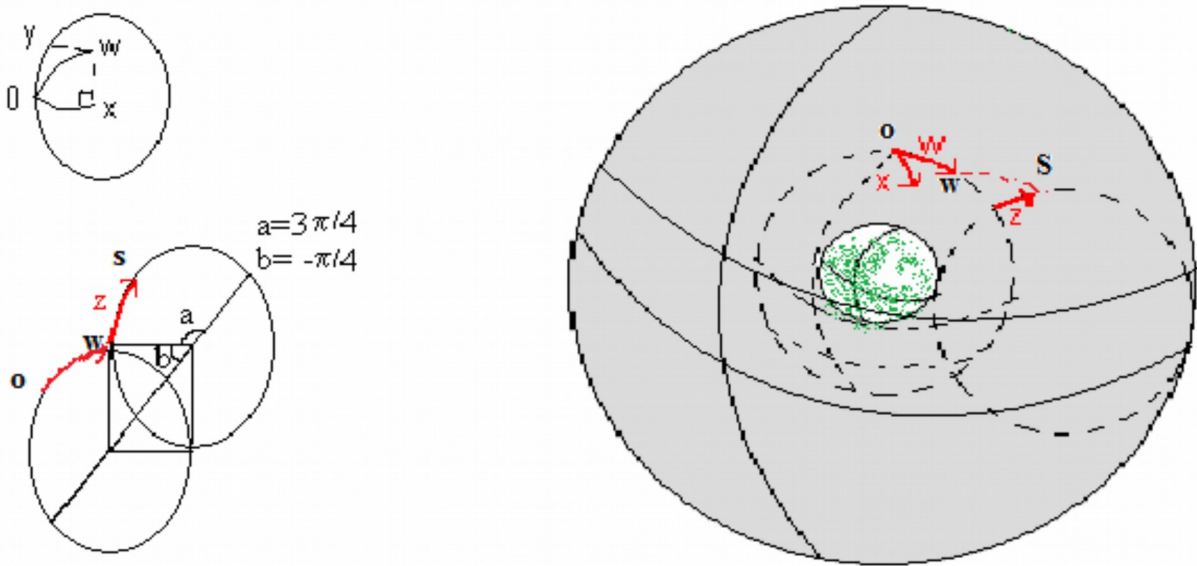


## 2.2. Aspect astronomique : un espace astronomique continu:

Comme dans la sphère 3D ( ou hypersphère) de Poincaré[8,9]ou l'espace chiffonné de Luminet [10], on retrouve que quel que soit la direction dans laquelle on part, on revient au point de départ. La différence est que dans l'espace que nous décrivons, le déplacement peut se faire de manière continue alors qu'il existe une discontinuité pour les espaces de Poincaré et Luminet. En effet, Poincaré conçoit des « modes de conjugaison des faces des polyèdres », il associe par convention mathématique une surface algébrique qui forme des « cycles d'arêtes » et « des cycles de sommets » à une autre surface algébrique. Il constate que ces polyèdres sont multiconnexes. Luminet développe le dodécaèdre de Poincaré pour en faire un modèle d'univers et rappelle [11] qu'« il est infiniment improbable que la courbure de l'espace soit strictement nulle... »

Sur une mappemonde, comme pour l'espace de Luminet, en imaginant la route d'un bateau, arrivé au bord de la carte, on fait une discontinuité pour prolonger le trajet sur un autre bord de la carte. Sur un globe terrestre, comme dans mon espace, le déplacement en imagination du bateau est continu.

L'avantage qu'il y a à pouvoir inclure en imagination cet espace quadridimensionnel ( 3 dimensions de longueur et un rayon de courbure) dans un espace orthonormé  $R^3$  cartésien (espace cartésien sans réalité physique)est que l'on peut le représenter en restant dans un monde en 3 dimensions. (tout comme les variétés riemaniennes permettent d'étudier un espace de dimension  $n$  en restant à l'intérieur de cette dimension) Dans le cas de l'aspect sphérique, chaque point peut être localisé par une coordonnée de type  $OS^2 = 4R^2 [\sin^2 w/2(1+/-\sin z) + \sin^2 z/2(1+\sin w)]$ , un événement par une formule de type  $OS^2 = c^2 t^2 - 4R_0^2(t) [(1+/-\sin z)\sin^2 w/2 + (1+\sin w)\sin^2 z/2]$  avec  $R=R_0(t)$  (voir détails du calcul en annexe)



## 2-3. Aspect physique d'une représentation sphérique avec des coordonnées courbes :

### 2-3-1. Représentation sphérique :

Dans une perspective physique et non pas mathématique, le principe de moindre énergie amène à privilégier la représentation sphérique. Ce que l'on peut aussi traduire par le rappel, qu'isolé, un corps cherche à avoir le maximum de volume  $V$  pour la plus petite surface  $S$ . Dans l'espace, un volume de liquide se met en boule. Inversement, un globule rouge pour avoir la plus grande surface d'échange gazeux possible pour un volume donné aura une forme d'allure torique.

### 2-3-2. Conséquences des coordonnées curvilignes :

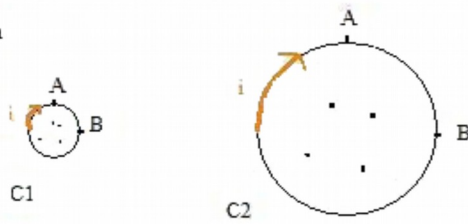
Notons que la 4ème dimension, "le rayon de courbure", s'il est associé à une contraction ou à une expansion, donc à une variation de longueur avec le temps pourrait facilement être associée à une dimension temporelle ( $R = R_0(t)$ ) rappelant l'espace de Minkowski. (L'équation ci-dessus définissant  $OS^2$  est faite pour un espace courbe alors que l'équation de Minkowski  $ds^2 = c^2t^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$  est faite pour un espace plat).

Dans un espace isolé plat ou courbe, Si il y a une dilatation, le repère orthonormé s'étire, la distance à parcourir ( $n \times (\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ ) est toujours la même et le temps de parcours ne change pas; Par contre, dans un espace courbe, le rayon de courbure varie.

Nous sommes dans un espace à coordonnées courbes  $R^3$  qui n'est pas un sous ensemble d'un espace vectoriel cartésien  $R^3$ . Cet ensemble  $R^3$  englobe et constitue le cosmos (il ne peut y avoir un espace orthonormé  $R^3$  séparé d'un espace  $R^3$  courbe). Dit autrement, un espace ne peut être à la fois fini et infini. Si l'espace courbe a une réalité, alors l'espace vectoriel cartésien est purement virtuel et n'a pas de réalité physique propre puisque, rappelons le, étant infini, par essence, il est non représentable; il n'est qu'un outil mathématique virtuel qui nous permet de représenter l'espace courbe réel. Si on considère qu'il existe un espace cartésien réel, alors cela n'a aucun sens de décrire un espace courbe et le modèle que nous présentons n'a aucun intérêt. Mais supposer qu'il existe un espace cartésien réel est un postulat philosophique que rien ne démontre et pour lequel il n'existe aucune observation.

Ainsi, sans repère cartésien extérieur au système (Fig.5a), le temps de parcours pour traverser l'univers est le même que l'univers soit contracté ou très dilaté, c'est-à-dire que le rayon de courbure soit très faible ou au contraire très grand. Le seul élément variable et mesurable par rapport à un étalon de mesure est le rayon de courbure qui aura une limite inférieure (il tend vers zéro quand l'expansion grandit). La variation de ce rayon fait qu'il ne peut y avoir de coordonnées strictement covalentes (l'image agrandie d'une coordonnée n'est pas la même puisque le rayon est différent.)

Fig.5a

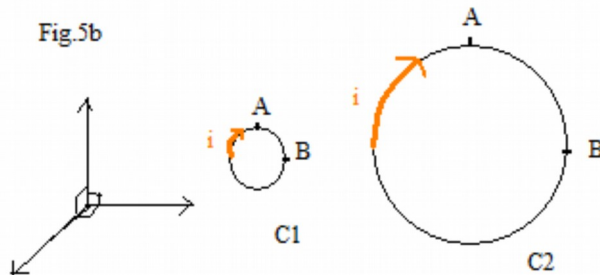


Les volumes de C1 et C2 sont également identiques et donc, si ces volumes contiennent de la matière, la masse volumique reste constante.

Sans repère extérieur, on ne peut savoir lequel des 2 cercles C1 et C2 est le plus grand. (Seul le rayon de courbure est différent). Si C2 a subi une dilatation de l'espace par rapport à C1, l'étalon de mesure  $i$ , appartenant au cercle s'étire aussi et on trouve toujours la même distance entre A et B, par exemple 300.000 km fait par la lumière en 1s.

Si, en imagination, cet espace à coordonnées courbes était inclus dans un espace vectoriel cartésien (référentiel extérieur au système), les distances parcourues ne seraient pas les mêmes : dans un univers très contracté, avec un référentiel externe, on pourrait par exemple voir la lumière faire quelques cm/s ; mais dans l'espace courbe contracté, ces quelques cm représente les 300000km d'un

Fig.5b



Si on se place dans un repère cartésien virtuel extérieur au système:

alors, la distance entre A et B n'est plus la même dans les cercles C1 et C2.

On pourra dire que la lumière aura, par exemple, fait quelques cm/s en C1 et, par exemple, 300.000km/s en C2

(proportions entre C1 et C2 non respectées sur le dessin)

univers plus dilaté ; la lumière fait toujours, dans les 2 cas 300000 km/s.[fig.5b]

On peut aussi dire que le rapport entre le diamètre d'un atome et le diamètre d'une galaxie reste inchangé dans les 2 cas. Ce problème des repères n'est pas ou peu abordé dans la théorie de l'expansion et lorsque l'on parle de la masse volumique du big bang à ses débuts. **Sans repère extérieur au big bang proprement dit, parler de masse volumique n'a aucun sens. Parler de densité au début du big bang présuppose un référentiel extérieur au système, donc suppose l'existence d'un espace antérieur.** Sans repère extérieur, le repère cartésien s'étire avec l'expansion et la densité reste constante[fig.5a].

.Ce problème que nous soulignons, ne se pose pas avec un système à coordonnées courbes puisque le rayon de courbure (qui diminuera avec l'expansion) constitue un référentiel intérieur au système permettant de comparer des volumes.

Notons par ailleurs le fait qu'il existe un « trou » central de rayon  $0,414r$  n'appartenant pas à l'espace. Ceci fait qu'en cas de contraction maximale l'espace ne peut être réduit à un point mathématique.

### 3-Conséquences cosmologiques ou arguments en faveur de cet espace fini:

(les arguments sur la représentation, les images multiples et la gravitation sont à voir comme des éléments théoriques puisqu'ils sont vérifiables. Sur la RG et les trous noirs, il ne s'agit que de conjectures)

**3-1) Problème de la représentation:** Cet espace fini évite certains des problèmes posés par un espace infini, problèmes qui sont les mêmes pour 1, 2 ou 3 dimensions, .

Pour comprendre l'avantage d'un espace 3D fini et non plus infini, il faut revenir sur la représentation de la surface de la Terre qui est un espace à 2 dimensions, fini et illimité.

Avant Anaximandre dans l'antiquité ou l'arrivée des jésuites en Chine, la Terre est un disque plat; un espace à 2 dimensions infini et illimité puisque l'on peut toujours agrandir le plateau ou tendre un bâton au-delà du plateau. Comprendre le monde est alors très complexe et fait appel à des contradictions insolubles comparables à nos problèmes actuels de limites ( Comment tournent les étoiles et comment passent-elles sous le plateau? Qu'est-ce qu'il y a après le plateau? Où tombe

l'eau? va-t-elle dans un monde parallèle?, une autre dimension?, un hyperspace ou passe-t-elle, comme on dirait aujourd'hui, par un trou de ver pour aller d'ouest en est? ) Dans l'antiquité égyptienne, on disait que la déesse Nout avalait le soleil à l'ouest et l'enfantait le matin à l'est. Avec notre langage actuel, on aurait parler d'hyperspace et de trou de ver.

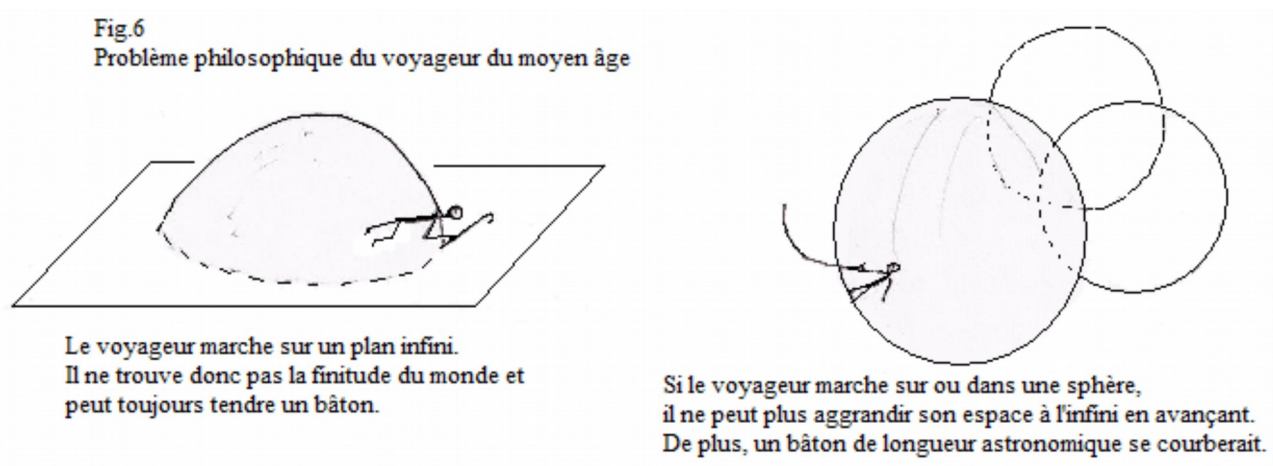
Sur la surface de la terre, nous pouvons nous repérer en 2D, la courbure de la terre (3ème dimension) n'est qu'une construction intellectuelle que nous n'utilisons pas dans le système des longitudes et latitudes. La rotondité est un concept qui donne une meilleure compréhension intellectuelle de la Terre qu'une Terre plate.

De même dans notre espace courbe où l'on peut se promener en 3D; la 4ème dimension de courbure n'est pas nécessaire pour se positionner, mais est indispensable pour construire un espace fini.

Bien sûr, ce n'est pas parce qu'un concept permet une représentation plus simple que cela prouve sa validité. Mais rejeter ce concept pour ce motif revient à rejeter la représentation permise par une Terre ronde et continuer à chercher comment représenter une Terre plate. Or, plus une représentation est simple, plus elle a de chance d'être vraie: c'est le principe de simplicité (lex parcimoniae) ou principe du rasoir d'Occam.

NB : Remarque sur le voyageur du moyen âge arrivant au bout du monde et tendant son bâton.

Dans mon espace sphérique 3D, on pourrait me faire remarquer que le voyageur peut toujours tendre son bâton, mais c'est oublier qu'ici le voyageur ne se promène pas sur un plan 2D infini et illimité mais sur une sphère 2D ; donc, il restera dans une zone finie et ne pourra aller jusqu'à



l'infini ; de plus, un bâton de longueur astronomique se courberait. [fig.6]

**3-2) Images multiples:** La 2ème propriété d'un espace fini fait qu'un événement précis situé à une distance  $x$  pourra être perçu au moins une fois, et dans une direction opposée à une distance différente.

Les espaces finis ( cercle et sphère) ont des propriétés et que l'on retrouve aussi dans les espaces 3D comme l'hypersphère de Poincaré,[8] les espaces chiffonnés de Luminet[10] ou l'espace décrit ci-dessus avec des repères vectoriels courbes.

a) Quelle que soit la direction que l'on prenne, on revient toujours à son point de départ.

b) Le rayon de courbure reste le même quand on ne prend qu'une dimension 2 de l'espace 3D ou qu'une dimension 1 ( un cercle inscrit dans une sphère a le même rayon que la sphère).

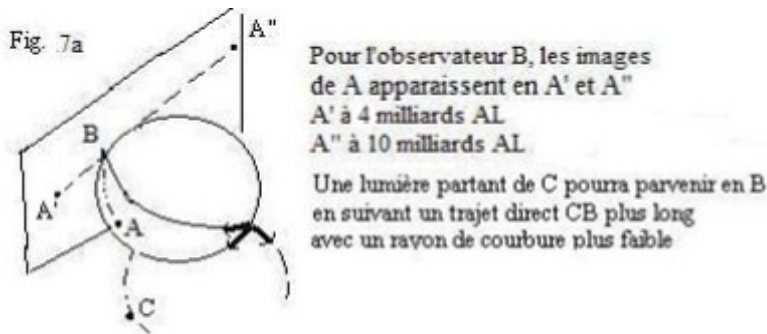
**3-2-1 : Cas général:** dans ce schéma d'espace courbe, quel que soit l'objet A, il y aura toujours une image A'' en opposition avec l'arc de cercle reliant B (point d'observation) et A.

Plus la distance BA est courte, plus la distance BA'' sera grande; le total étant égal à  $14 \times 10^9$  années lumière ( en supposant un périmètre égal à  $14 \times 10^9$  AL).

Une analogie peut être faite avec le son sur Terre. Ainsi, supposons qu'un vecteur tel que le son puisse être entendu sur l'ensemble de la Terre. Supposons une explosion ponctuelle à Londres et que nous soyons situés sur le méridien de Greenwich à 1000 km, par exemple à Tarbes. Nous

entendrons le son à Tarbes 1 heure après l'explosion, mais aussi environ 39 heures plus tard. (On suppose un trajet en ligne droite et on ne suppose pas que le son pourrait faire plusieurs fois le tour de la Terre.) Si nous ne savons pas que nous sommes sur une sphère, mais que nous nous croyons sur un plan, alors nous aurons enregistré 2 explosions situées dans des directions opposées et à des distances à 1 heure et 39 heures de trajet -son.

Nous faisons ici l'hypothèse de trajets lumineux non déviés, ce qui aboutit pour une géométrie



sphérique à 2 images opposées.[fig.7a].

Une vérification serait possible si on identifiait précisément une galaxie, si on savait comment elle va évoluer ou si on repérait des caractéristiques particulières, permettant de dire que telle galaxie dans une autre région du ciel est, en fait la même galaxie vue à un âge différent. L'idée de 2 images à des âges différents d'un même objet peut aussi se rechercher dans un groupe ou une configuration particulière de galaxies dont on sait prévoir plus facilement fusions, rapprochements, éloignements, ... Dans l'hypothèse de cette espace courbe, il faut considérer que tous objets situés très loin, par

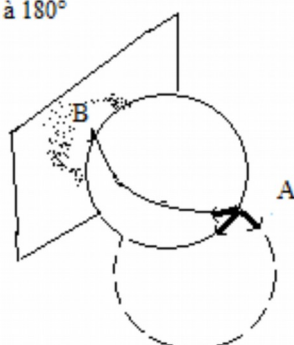


exemple au-delà de 12 milliards d'AL, sont en fait très proches les uns des autres[Fig.8].

Si l'on imagine une sphère dont le périmètre est de  $14 \cdot 10^9$  AL, alors il y a une déviation moyenne de  $1^\circ$  tous les  $40 \cdot 10^6$  AL  
 NB: Si le volume de cet espace se calcule à partir d'un rayon  $R(1+2^{1/2})$ , son rayon reste égal à R

3-2-2: Cas particulier : quand A est situé à  $180^\circ$  [fig.9] dans une direction selon les coordonnées  $i, j$  ou  $k$ , en fait le point le plus lointain possible, les images A' de l'objet A seront situés sur un cercle céleste, toutes d'un âge d'environ  $7 \times 10^9$  ans.

Fig.9 Objets à  $180^\circ$

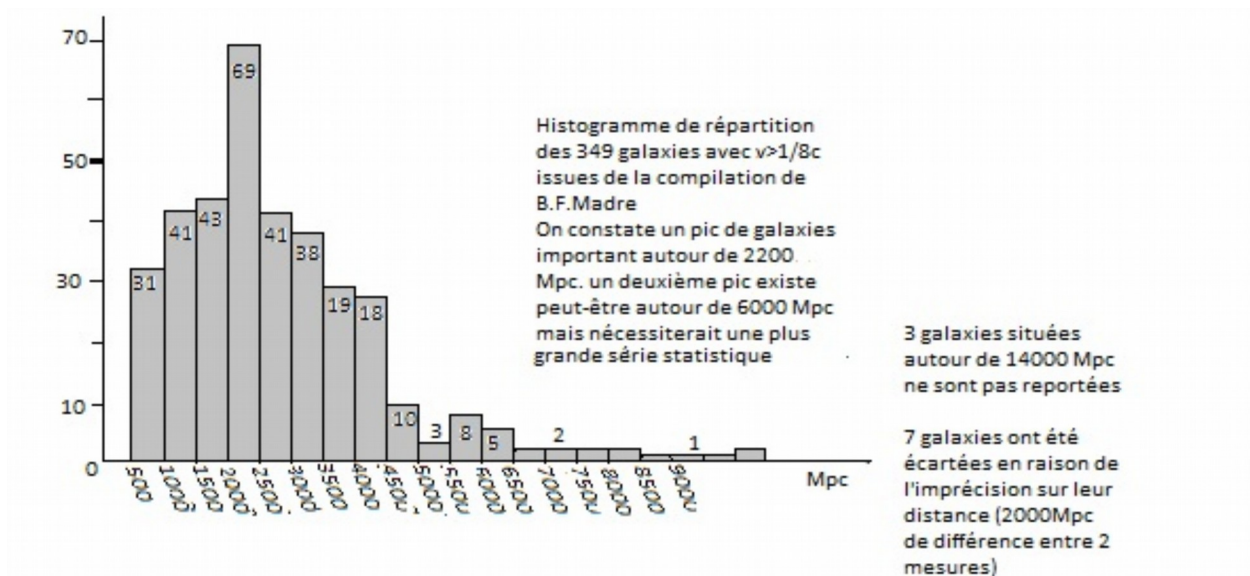


La lumière peut suivre tous les chemins dans la sphère de diamètre AB. Pour l'observateur en B, la lumière provenant de A formera un cercle d'images dans un plan perpendiculaire au diamètre AB.

La lumière, partant de A suivant une trajectoire qui n'est pas sur la surface de la sphère de diamètre AB, ne peut arriver au point B.



Cela signifie que pour cette distance, les images d'une galaxie seront en plus grand nombre et on devrait donc observer un pic de galaxies à cette distance. Nous avons fait le relevé des 348 galaxies



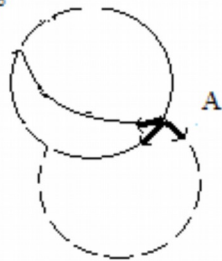
ayant un  $v > 1/8c$ , issu du catalogue NASA/IPAC [12] qui semble confirmer cette hypothèse.

Le pic de galaxies se situe entre 2000 et 2500Mpc et correspondrait à un demi-tour( médiane à 2260Mpc en prenant les galaxies entre 0 et 4500 Mpc). Le tour complet donnerait le temps depuis le big bang soit 4500Mpc $\pm$ 500Mpc ou 14,7 $\pm$ 1,6 milliards AL

Cet histogramme avec un deuxième pic peut aussi suggérer que la lumière ait pu faire plus d'un tour. Dans cet hypothèse nécessitant une plus grande série statistique pour être vérifiée, on aura l'illusion de percevoir des galaxies d'âge supérieur à 14 milliards d'années avec le paradoxe apparent qu'elles sont d'autant plus évoluées qu'elles sont anciennes.

3-2-3-Cas particulier à 360°[fig.10]:A 4400Mpc, c'est une image de nous même, il y a 14 10<sup>9</sup> années . L'image peut suivre indifféremment tous les méridiens et faire un tour complet pour nous parvenir. L'image se retrouvera sur toute la sphère céleste, sera donc identique dans toutes les directions ( pour le fond diffus cosmologique les différences de températures autour du 3°K ne peuvent être alors qu'une indication sur les aléas rencontrés par la lumière durant son trajet et/ou des images des différentes faces d'un même objet ; il n'y a plus de problème pour expliquer l'homogénéité de l'univers puisque tout point de la sphère céleste est l'image d'un même point.) Mais rien d'extraordinaire pour la théorie standard du Big bang et c'est finalement plus facile de se le représenter en rappelant qu'il a eu lieu aussi là où nous sommes plutôt que ailleurs à 4200Mpc,

Fig.10 Objets à 360°



La lumière partant de A revient en A. Toutes les trajectoires étant circulaires, quelque soit la direction que l'on prenne, repassent par le point A. Les images de A, pour l'observateur en A, parviendront de tous points de l'espace et formeront une sphère céleste. C'est l'image du CMB, issu d'un point, qui nous parvient de toutes les directions de l'espace.

dans une direction indéterminée.

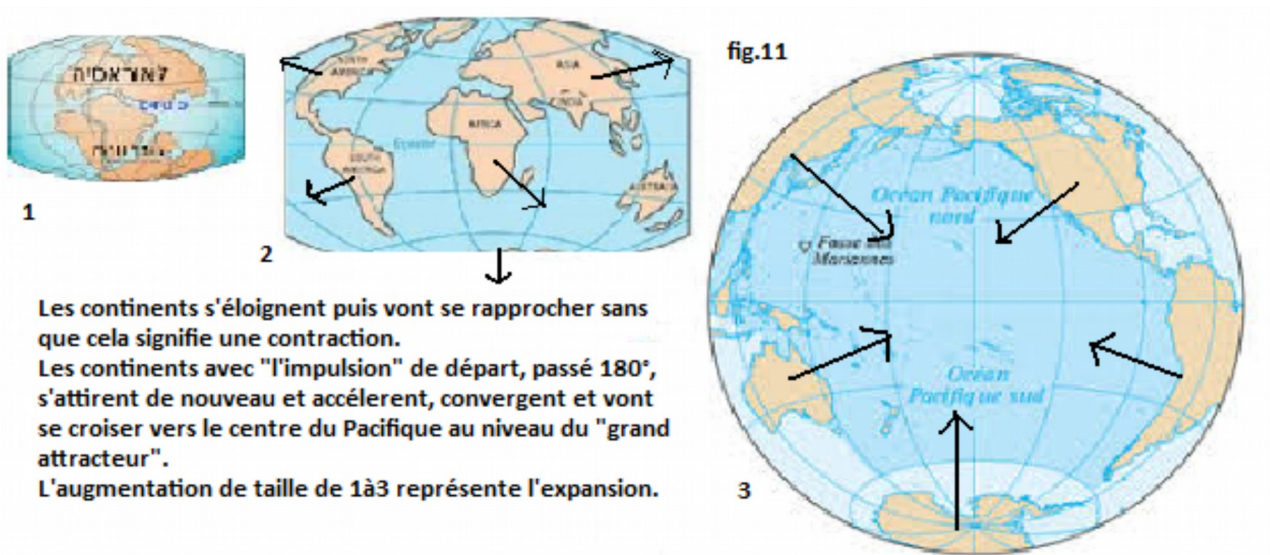
3-2-4: Au delà de 360° : rien n'empêche la lumière de faire plus d'un tour et donc d'avoir l'illusion

d'une galaxie plus vieille que le big bang avec le paradoxe que plus elle est « lointaine », plus elle est évoluée. (C'est peut-être ce que suggère le relevé issu du catalogue NED ci-dessus avec la réserve que la série étudiée est trop petite pour être significative sur le deuxième pic.)

Rappelons que dans notre univers courbe, une grande partie de l'univers n'est pas visible depuis un point donné. A cause de la courbure, nous ne pouvons voir au delà d'un diamètre de  $4,5 \cdot 10^9$  AL dans un espace d'un diamètre d'environ  $11 \cdot 10^9$  AL. Pour voir au delà de  $4,5 \cdot 10^9$  AL, il faudrait se déplacer. Si la lumière peut nous parvenir d'autres points de l'espace (fig 7a), il y a des points d'où elle ne peut pas nous parvenir (fig9)

### **3-3) La gravitation est toujours attractive, n'a pas besoin d'être répulsive :**

Dans cet espace courbe, tous corps s'éloignant les uns des autres vont, à un moment donné se rapprocher sans que ce rapprochement signifie une contraction, l'expansion (correspondant à une augmentation du rayon r) n'étant pas empêchée de se poursuivre. L'analogie avec la dérive des continents peut être faite: (fig. 11) on part de la Pangée, les continents dérivent puis, peu à peu, se rapprochent. ( Dans l'hypothèse de l'expansion, c'est l'espace qui s'agrandit entre les galaxies et non pas les galaxies qui bougent et on peut poursuivre l'analogie en disant que ce ne sont pas les



continents qui dérivent mais le manteau terrestre qui s'agrandit à partir des dorsales).

A cause de la force d'attraction que les continents exercent les uns sur les autres, les continents vont accélérer leurs rapprochements, donc dans le cadre de l'expansion, on aura l'impression d'une accélération de l'expansion. Par exemple si on considère le continent Amérique s'éloignant de l'Europe; l'Amérique se rapproche de l'Asie, l'attraction grandissante de l'Asie provoque une accélération du déplacement vers l'ouest. Vu d'Europe, l'Amérique semble accélérer son éloignement et on peut alors faussement conclure que l'attraction entre l'Europe et l'Amérique est devenue répulsive. **Les vitesses des galaxies augmentent ! Celles-ci semblent s'éloigner, mais en fait se rapprochent !** Nous avons là une hypothèse d'explication du paradoxe entre expansion d'une part, accélération de l'expansion et rapprochements galactiques vers un point sans masse : « le grand attracteur » d'autre part.

La gravitation reste attractive, c'est rassurant !

Vérification : toujours en prenant l'hypothèse d'une sphère 3D de périmètre 14 milliards AL, l'apparence de l'accélération va se situer quand 180° sont parcourus, donc autour de 7 milliards d'AL. Les galaxies vont converger vers un point de croisement au niveau du « grand attracteur » et il faudra distinguer l'accélération due à l'attraction des masses de l'accélération pas forcément augmentée de l'expansion. Une vérification peut être vue sur la représentation de Laniakea [13] où les mouvements galactiques sont en courbes et en direction d'un point apparemment vide. Si les

déplacements se situent en réalité sur une ou des sphères, alors les galaxies se font face et tendent à se rapprocher ( voir dessin3 de la fig11). Il est alors logique de leur voir des trajectoires courbes et leurs accélérations vers le point de convergence peuvent être calculées de manière classique..

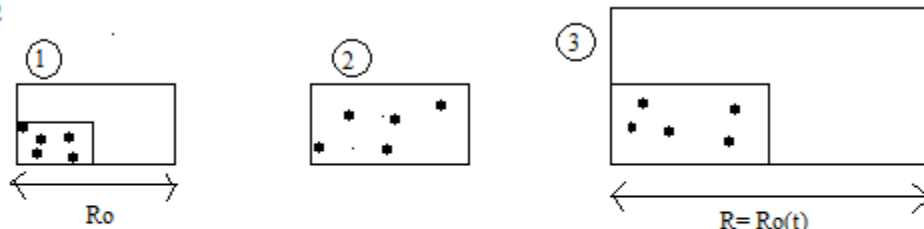
**3-4) Conjecture: Cet espace permet-il de donner une représentation de l'espace 3D courbe de la relativité générale. Un rayon de courbure entraîne-t-il l'existence d'une force centrifuge ?**

La surface de la Terre constitue un espace 2D courbe et fini. En appliquant le formalisme mathématique que l'on retrouve dans la relativité générale(RG), un objet se déplaçant à sa surface, ne peut sortir de cette surface, suit un géodésique et ne subit donc pas, par définition, de force centrifuge. C'est l'introduction de la 3ème dimension (le rayon terrestre) qui, mathématiquement, permet d'inscrire un déplacement dans une direction parallèle au rayon et autorise ainsi les forces inertielles. (un avion suit un géodésique et subit forces centrifuge et de Coriolis)

La RG décrit mathématiquement un espace courbe non représentable à 3 dimensions. Comme pour l'espace précédent à 2D, tout objet suit un géodésique où par définition, il n'y a pas de force centrifuge. Dans l'espace courbe que nous décrivons, l'existence d'un rayon de courbure (4ème dimension) entraînerait comme pour le cas précédent, que tout objet se déplaçant avec une vitesse  $v$  subirait une force centrifuge même s'il suivait un géodésique. La RG est un principe, non en opposition avec la théorie newtonienne [14] qui est neutre sur la question du fini ou de l'infini de l'espace ; la question d'une 4ème dimension de longueur, constitutive de l'espace est sans objet pour la RG. Il est par ailleurs nécessaire de rappeler que la RG se place dans un espace courbe à 3 dimensions , construit par une généralisation d'un espace à 2 dimensions. Il est de ce fait connexe donc n'appartenant pas au monde de la physique mais seulement à celui des mathématiques. Or, la conjecture de Poincaré devenue théorème de Perelman Poincaré prévoit que « toute variété de dimension 3 fermée ayant un groupe fondamental fini a une géométrie sphérique », c'est à dire est couverte par la 3-sphère. Cet espace de dimension 3 est donc obligatoirement multiconnexe, Logiquement, le calcul de cette force centrifuge, si elle existait, permettrait de connaître le rayon de courbure de l'espace.( Une autre manière de mesurer le rayon serait de suivre deux chemins différents entre 2 points A et B et d'y mesurer des orientations gyroscopiques différentes) Cette force centrifuge hypothétique sera d'autant plus forte que le rayon est faible et cela peut être alors une hypothèse au moteur de l'expansion de l'Univers. On arrive alors à un équilibre entre force d'attraction et force centrifuge ce qui impliquerait que l'on tendrait vers la densité critique qui serait en fait une densité d'équilibre.

Si l'on veut éviter de parler de force centrifuge, on peut raisonner en partant de l'entropie. L'entropie  $S$  se trouve augmentée quand la matière se disperse dans un volume plus grand ( $\delta S = -P dV$ ). Mais si, en même temps, le volume augmente à cause de l'agrandissement du repère lié à l'expansion,(  $R = R_0(t) =$  distances comobiles donc volume comobile) le volume mesuré est identique, la densité de matière est identique et l'augmentation d'entropie est alors nulle. (Fig.12)

Fig.12



Entre 1 et 2, la masse se disperse dans un volume plus grand, l'entropie  $S$  augmente

Mais si, en même temps du fait de l'expansion, le repère s'est étiré, alors le volume 2, contenant la masse occupe la même proportion de l'espace en 3 que en 1. l'entropie est inchangée.

L'espace que nous décrivons n'interdit pas que des zones de l'univers sont en expansion et que

d'autres, localement, par exemple au niveau des trous noirs sont en contraction. Dans cet espace 3D nous pouvons faire la comparaison avec la surface de la terre qui est une surface 2D mais bosselée entre les fonds marins et les hautes montagnes. Le problème de la finitude de notre espace 3D ne se pose pas différemment de la surface 2D de la Terre. Nous ne pouvons pas sortir de l'espace 2D même si le relief déforme cet espace ou si une expansion ou une contraction de la Terre avait lieu.

### **3-5-Pour les trous noirs (TN):**

L'espace multiconnexe décrit ci-dessus est aussi à étudier au sein du trou noir qui est une zone de contraction .

Quand la masse du TN augmente, le rayon de Schwarzschild augmente, le rayon du TN proprement dit est sensé diminuer et il est admis que le TN courbe de plus en plus l'espace qui se trouve ici en contraction. Cette courbure se faisant selon 3 dimensions, le théorème de Perelman-Poincaré impose un espace multiconnexe.

Faisons seulement l'hypothèse que la courbure de l'espace se fasse selon notre repère orthonormé courbe dans  $R^3$  : il va alors apparaître au centre de ce trou pour une densité suffisante, une zone de rayon  $R(2^{1/2}-1)$  n'appartenant pas cet espace.

Cette zone centrale n'appartenant pas à l'espace existera toujours même si le rayon diminue.

Cette hypothèse d'un espace courbe à 3 dimensions multiconnexe élimine le problème de la densité infinie en un point. Toutefois, elle n'élimine pas le problème de la densité croissant sans limite mais peut ouvrir la porte à des conjectures plus simples.

### **4-Hypothèses et conclusion :**

**Ce que l'on peut dire, c'est que, au total, la modification topologique permettrait la vision d'un cosmos qui nous semble plus cohérent avec des conséquences théoriques vérifiables:**

1-Ce cosmos est conforme à plusieurs principes:

-D'abord, le principe de simplicité (lex parcimoniae ou principe du rasoir d'Occam)

-Cet espace, comme d'autres, respecte le principe de mach. Le fait d'observation qu'il y ait toujours un mouvement apparent implique qu'il n'y a pas de centre ou de point particulier (espace de type sphérique).

2- Cette topologie répond aux préalables théoriques de Perelman-Poincaré qui oblige tout espace à 3 dimensions de courbure à être multiconnexe. et à ceux de Penrose en supprimant le problème des 2 infinis: l'infini du point d'origine du big bang puisque la zone centrale n'appartient pas à l'espace ; l'infini extérieur puisque l'espace est fini. Le cosmos est alors représentable sans les impossibilités mathématiques ou singularités liées aux infinis. La notion de grand ou petit n'a pas de sens si on n'a pas de repères cartésiens extérieurs au système. Seule la mesure du rayon de courbure permet de dire si cet espace est avec une petite ou une grande expansion. Le rayon de courbure est peut être la seule mesure objective réalisable au sein de cet espace car non dépendante d'un étalon de mesure extérieur au système.

3-Le déplacement dans cet espace se fait de manière continue. Il n'y a pas de discontinuité comme dans les hypersphères de Poincaré ou de Luminet où en sortant par une face, on rentre par une autre face. (Problème de la cartographie d'une Terre ronde)

4-l'homogénéité du cosmos peut être expliqué par la forme de cet espace où des points en apparence éloignés sont en fait proches les uns des autres. Cela pourrait, en tout cas pour cet aspect, rendre inutile l'hypothèse de l'inflation.

5-Cette topologie induit des observations vérifiables:

**a-** Dans 2 directions opposées, images d'une même galaxie

**b-** Statistiquement pics de galaxies d'âges voisins de  $7 \times 10^9$  et  $14 \times 10^9$  années. (Cette proposition semble être vérifiée: un pic de galaxies autour de 2200Mpc semble exister et permet de dater l'âge de l'univers autour de 14 milliards d'années. Toutefois, une vérification avec une série statistique plus grande est indispensable).

c-L'étude NASA/IPAC des distances des galaxies suggère aussi l'hypothèse vérifiable que si la lumière fait le tour en 14milliards d'années, la captation de la lumière pourrait parfois nous parvenir après avoir entamé un deuxième tour. Cela amènerait alors à l'illusion de voir des galaxies d'âge supérieur à 14 milliards d'années et d'autant plus évoluées qu'elles sont anciennes.

d- Les galaxies autour de  $7 \times 10^9$  années sont davantage semblables

e- Les galaxies, après avoir parcouru la moitié du cercle ont tendance à converger vers un point.

6-Le problème de la valeur de la masse « critique » pourrait disparaître et devenir sans objet. Si l'on conjecture une force centrifuge, possible grâce à la 4ème dimension de longueur sans contredire à la règle du géodésique, cette force intervient alors dans l'expansion, voire l'explique. ( Pour éviter de parler de force et rester dans le principe des courbures de la RG, il serait sans doute plus judicieux de partir de l'entropie).L'expansion est liée à la force centrifuge (au maintien de l'entropie) qui, à un moment donné, devient égale à la force de gravitation. Un équilibre se fait et fixe alors une densité d'équilibre égale à ce que l'on appelle la densité critique. Globalement, dans cette hypothèse, la vitesse d'expansion diminue avec le temps et il faudra la distinguer de l'augmentation apparente de la vitesse due à la gravitation.

7- La force d'attraction reste toujours attractive. La forme de cet espace explique qu'une gravitation répulsive n'est qu'une illusion d'optique. Si dans le cosmos, le point opposé se trouve à  $7 \times 10^9$  AL, dès que la moitié de ce chemin aura été parcourue, malgré l'expansion, les masses se rapprochent, la gravitation provoque alors une accélération mesurable, une augmentation des vitesses et donc une impression d'accélération de l'expansion (cette affirmation semble aussi être vérifiée puisque une accélération a été mesurée à 6-7 milliards AL).La forme de cet espace est en bonne corrélation avec les observations des mouvements des galaxies de Laniakea. L'énergie noire garde d'autres arguments théoriques, mais n'est plus nécessaire pour expliquer une accélération de l'expansion.

8-Les trous noirs dans cet espace n'ont pas de singularité mathématique en leur centre puisque avec cette topologie quel que soit le niveau de contraction, il existe toujours au centre une zone qui n'appartient pas à l'espace.

### **5-Limites de cette théorie :**

1-Il y a d'abord le problème psychologique de se représenter quelque chose qui est contre intuitif : l'existence d'une zone centrale qui n'appartient pas à l'espace (il faut faire abstraction de se représenter un espace cartésien infini).

2-Cet espace courbe permet de représenter un cosmos sphérique en 3 dimensions, mais il n'est pas dit qu'il n'existe pas d'autres représentations du même type (on ne respecte pas le volume maximum donné par Luminet [10]). Ce n'est pas parce qu'une théorie est respectueuse du principe de simplicité qu'elle est forcément exacte.

3-Il implique obligatoirement puisque l'espace cartésien infini est virtuel et non réel que le cosmos est fini. Il est donc en opposition absolue avec les espaces multiples, les « multivers » et toute entité infinie. Si l'on postule, philosophiquement un cosmos infini, alors notre modèle doit être rejeté.

4-C'est un univers dont le rayon fluctue entre un maximum et un minimum et qui donc ne va pas obligatoirement jusqu'à la longueur de Planck.

5-La description de cet espace ne répond pas à la problématique sur la nature du temps fini ou infini.

6-Comment mesurer un rayon de courbure de l'ordre de  $1^\circ$  pour 40 millions AL qui pourrait être une confirmation de ce modèle ?

- D'autres théories proposent des explications sur l'observation de galaxies évoluées et très anciennes d'âge supérieur au big bang
- Cette théorie supprime les singularités mathématiques mais des conjectures sont encore nécessaires par exemple pour éviter que la densité n'augmente sans limite.

### **References**

[1] Penrose, R. (1965) Physical Review Letters , 14, 57-59.

<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.14.57>

- [2] Bohr, N. (1991) Physique atomique et connaissance humaine, Ed. Gallimard 2015 reed.
- [3] Lamé, G. (1859) Leçons sur les coordonnées curvilignes et leurs diverses applications, Mallet-Bachelier.
- [4] Tegmark, M. (1998) Annals of Physics , 270, 1-51.  
<https://doi.org/10.1006/aphy.1998.5855>
- [5] Gauss, C.F. (year) OEuvres complètes, t.IV, p. 189-193.
- [6] Sommerfeld, A. (1923) Atomic Structure and Spectral Lines. Londres, Methuen.
- [7] Poincaré, H. 1902 () La science et l'hypothèse, chap. III; Les géométries non euclidiennes, Flammarion 2014 reed.
- [8] Poincaré, H. (1895) Journal de l'école polytechnique , 1, 1-121.
- [9] Poincaré, H. (1904) Rendiconti del circolo matematico di Palermo, 18, 45-110.  
<https://doi.org/10.1007/BF03014091>
- [10] Luminet, J.P. (2005) L'univers chiffonné, Gallimard/folio.
- [11] Luminet, J.P. (2014) La topologie cosmique p94 in Pour la science hors série n°83 avril-juin.
- [12] NED (NASA/IPAC Extragalactic Database)-4D: 394 Distances to 349 Galaxies with  $v > 1/8 c$  Compiled from the literature by Barry F. Madore (Pasadena) and Ian P. Steer (Toronto) Updated to January 1, 2007.
- [13] Tully, R.B., Courtois, H., Hoffman, Y. and Pomarede, D. (2014) Nature , 513, 71-73.  
<https://doi.org/10.1038/nature13674>
- [14] Mignolat, M. (2018) Journal of Modern Physics , 9, 1545-1558.  
<https://doi.org/10.4236/jmp.2018.98095>

**Annexe :** *Calcul géométrique de la position d'un point quelconque S ou d'un événement dans cet espace 3D fini:*

Pour avoir un système de coordonnées curvilignes relativement simple et permettant de rester dans un espace fini (et donc dans la physique), on considère que:

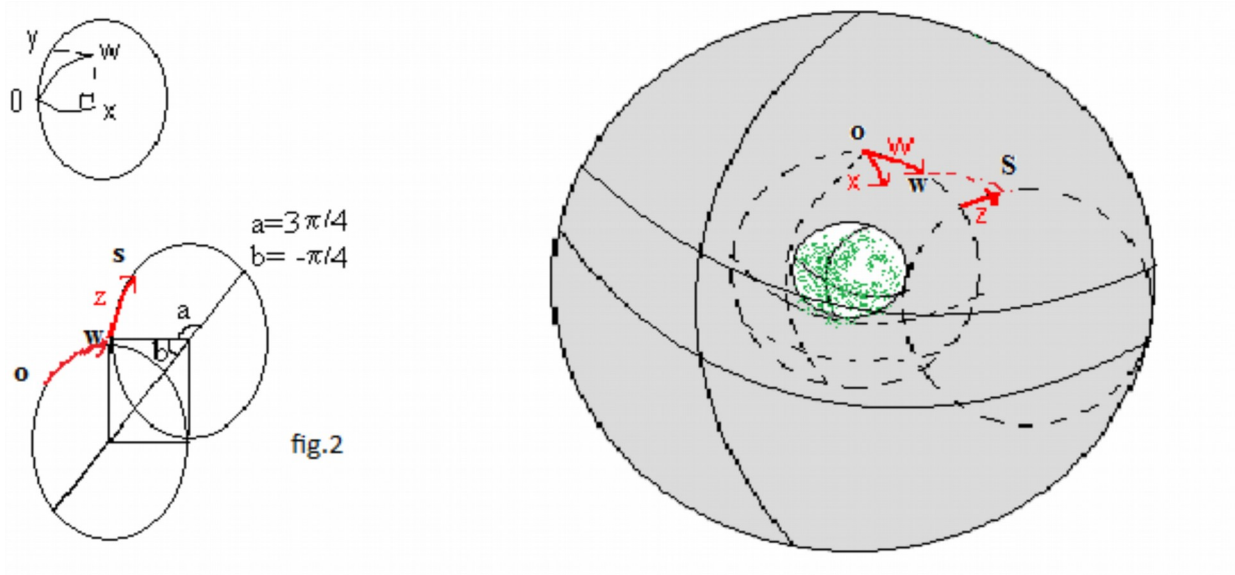
Tout point S de l'espace est repéré par 3 coordonnées curvilignes x, y, z.

Chaque coordonnées curvilignes x,y,z est située sur un arc de cercle ayant même rayon de courbure.

Une première sphère 2D est définie par les repères **i** et **j**. Soit O un point pris comme origine situé sur cette sphère. Un premier point W est défini par ses coordonnées x et y. x et y sont perpendiculaires et situés sur la surface de la sphère. Le repère **k** et donc la coordonnée z partent perpendiculairement du point W situé à la surface de cette première sphère.

tout point S de l'espace peut alors être défini par une coordonnée curviligne z comprise entre  $-\pi/4$  et  $3\pi/4$  rd (Fig2) et une coordonnée curviligne w résultante des coordonnées curvilignes x et y; la coordonnée w correspond au point W intermédiaire situé sur la sphère. Par convention WS et OW sont situés dans un même plan et toujours par convention la courbure pour WS se fait dans le sens dextrogyre quand  $z > 0$  et dans le sens lévogyre quand  $z < 0$ . (Ces conventions ont pour but de définir un point S par un seul groupe de coordonnées et de simplifier les calculs. Une généralisation mathématique serait sans doute faisable mais elle n'apporterait rien de plus quant à la représentation physique.)

En partant de OW et en appliquant la première formule de Gauss de la trigonométrie sphérique ( $\cos w = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y \cdot \cos A$ ), on trouve, puisque Ox perpendiculaire à Oy  $\Leftrightarrow A = 90^\circ$ , que:  $\cos w = \cos x \cdot \cos y$



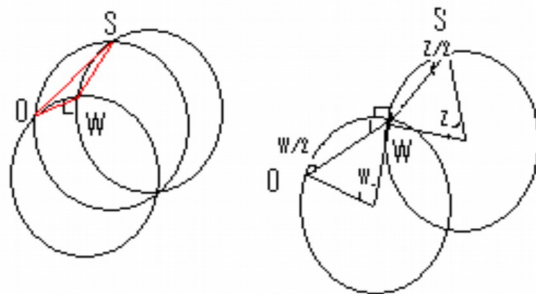
On fait d'abord le calcul pour  $z / 0 < z < +3\pi / 4$

Les coordonnées  $w$  et  $z$  sont situées dans le même plan et le rayon de courbure  $R$  est le même pour les 2 arcs de cercle reliant  $OW$  et  $WS$  (dessin ci-dessus); le rayon de courbure  $R'$  de  $OS$  peut être différent et sera variable selon le point considéré; son calcul n'est pas nécessaire pour positionner le point  $S$  mais intéressant à faire puisqu'il donne la courbure du géodésique qui devient différente selon la distance parcourue. Les angles  $w, x, y, z$  sont en radians. Les longueurs des cordes des arcs de cercle sont :

-(1)  $OW = 2R \sin w/2$

-(2)  $WS = 2R \sin z/2$  arc  $WS \perp$  arc  $WO$ , donc  $\text{ang.} OWS = w/2 + \pi/2 + z/2$

-(3)  $OS = 2R' \sin s/2$



Appliquons le théorème d'AL Kashi:

$$OS^2 = OW^2 + WS^2 - 2 OW \cdot WS \cdot \cos(w/2 + z/2 + \pi/2)$$

$$OS^2 = 4 R^2 [\sin^2 w/2 + \sin^2 z/2 - 2 \sin w/2 \sin z/2 \cos(w/2 + z/2 + \pi/2)]$$

$$OS^2 = 4 R^2 [\sin^2 w/2 + \sin^2 z/2 + 2 \sin w/2 \sin z/2 \sin(w/2 + z/2)] \quad (4)$$

$$OS^2 = 4R^2 [\sin^2 w/2 + \sin^2 z/2 + \sin^2 w/2 \sin z + \sin w \sin^2 z/2]$$

**$OS^2 = 4R^2 [(1 + \sin z) \sin^2 w/2 + (1 + \sin w) \sin^2 z/2]$**  (5) Cette formule donne la distance du segment de droite  $OS$  qui peut être utilisée dans la représentation géométrique quand cet espace fini est plongé dans l'espace cartésien infini que nous considérons comme virtuel. On conserve  $R$  qui, dans le cadre de l'expansion de l'univers peut être remplacé par  $R = R_0(t)$  ( $c =$  vitesse de la lumière,  $t =$  temps) On pourrait alors écrire pour les coordonnées d'un évènement:

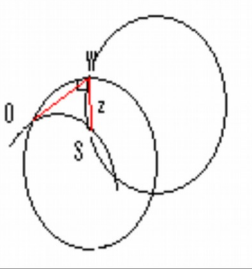
$$OS^2 = c^2 t^2 - 4R_0^2(t) [(1 + \sin z) \sin^2 w/2 + (1 + \sin w) \sin^2 z/2] \quad (6)$$

Si l'on souhaite déterminer la courbure  $R'$  du géodésique reliant  $O$  et  $S$ , on peut aussi écrire:

$4R^2 \sin^2 s/2 = 4R^2 [(1+\sin z)\sin^2 w/2 + (1+\sin w)\sin^2 z/2]$  d'où:

$$R'^2 = R^2 [(1+\sin z)\sin^2 w/2 + (1+\sin w)\sin^2 z/2] / \sin^2 s/2 \quad (7)$$

Cas où  $z/ -\Pi/4 < z < 0$



alors l'angle OWS =  $z/2 + \Pi/2 - w/2$  d'où

$$OS^2 = 4 R^2 [\sin^2 w/2 + \sin^2 z/2 + 2\sin w/2 \sin z/2 \sin(-w/2+z/2)] \quad (8)$$

$$OS^2 = 4R^2 [\sin^2 w/2 + \sin^2 z/2 - \sin^2 w/2 \sin z + \sin w \sin^2 z/2]$$

$$OS^2 = 4R^2 [(1-\sin z)\sin^2 w/2 + (1+\sin w)\sin^2 z/2] \quad (9)$$

La formule donnant le segment de droite OS en fonction du temps devient :

$$OS^2 = c^2 t^2 - 4R_0^2(t) [(1-\sin z)\sin^2 w/2 + (1+\sin w)\sin^2 z/2] \quad (10)$$

La formules (7) devient :

$$R'^2 = R^2 [(1-\sin z)\sin^2 w/2 + (1+\sin w)\sin^2 z/2] / \sin^2 s/2 \quad (11)$$

### Au total:

Chaque point de cet espace fini et représentable, multiconnexe, de type sphérique à courbure constante à 3 dimensions d'espace peut être localisé par 3 coordonnées curvilignes x, y, z :

Sachant que  $\cos w = \cos x \cdot \cos y$ , alors,

Quand:  $0 < z < +3\Pi/4$  :

$$\sin^2 s/2 = (R/R')^2 [(1+\sin z)\sin^2 w/2 + (1+\sin w)\sin^2 z/2] \text{ ou}$$

$$OS^2 = 4R^2 [\sin^2 w/2(1+\sin z) + \sin^2 z/2(1+\sin w)]$$

Quand:  $-\Pi/4 < z < 0$  :

$$\sin^2 s/2 = (R/R')^2 [(1-\sin z)\sin^2 w/2 + (1+\sin w)\sin^2 z/2] \text{ ou}$$

$$OS^2 = 4R^2 [(1-\sin z)\sin^2 w/2 + (1+\sin w)\sin^2 z/2]$$

Si on se place dans une dimension temporelle en posant le rayon  $R = R_0(t)$ , on crée un espace de type Minkowski mais qui est fini et représentable.

Un événement pourra être localisé par le segment de droite OS tel que:

$$OS^2 = c^2 t^2 - 4R_0^2(t) [(1+\sin z)\sin^2 w/2 + (1+\sin w)\sin^2 z/2] \quad \text{quand } 0 < z < +3\Pi/4$$

$$OS^2 = c^2 t^2 - 4R_0^2(t) [(1-\sin z)\sin^2 w/2 + (1+\sin w)\sin^2 z/2] \quad \text{quand } -\Pi/4 < z < 0$$